شبکه‌های حافظه انجمنی

دکتر محمد باقر منهاج
دانشکده مهندسی برق
دانشگاه امیرکبیر

زمستان ۱۳۹۱

دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

سر فصل مطالب

- شبکه حافظه انجمنی و قانون یادگیری هب و آنالیز عملکرد آن
- معیار حداقل خطا و مسائل حل شده
- قانون یادگیری بدون ناظر هب، شبکه‌های اینستار و اوتستار
- قانون کوهنن و شبکه هاپفیلد گسسته مفاهیم اولیه و پایه‌ای

اهـــداف:

- بررسی شبکه‌ها و یادگیری انجمنی و ارائه مجموعه‌ای از قوانین ساده یادگیری از نوع با ناظر و بدون ناظر

دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

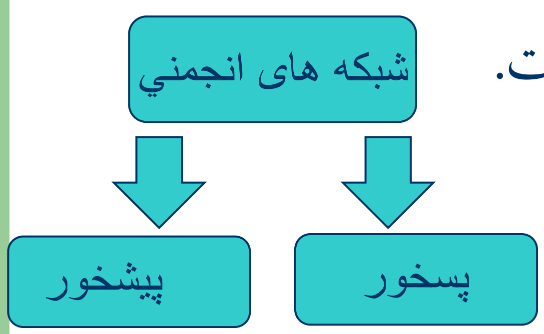
شبکه حافظه انجمنی و قانون یادگیری هب و آنالیز عملکرد آن

مقدمه

مقدمه

یادآوری

- فصل ۱ : یکی از عملکردهای اولیه مغز، خاصیت حافظه انجمنی است. عملکرد آن بازیابی مجموعه کاملی از اطلاعات حافظه در شرایطی است که یک قسمت کافی از اطلاعات به سیستم عصبی داده شود. شبکه حافظه انجمنی، یک شبکه عصبی تک لایه است که یک سری بردارها را به بردارهای دیگر ارتباط می‌دهد. (نسبت دادن اسم یک فرد به چهره‌اش)
- فصلهای ۳ و ۴ : شبکه پرسپترون یک شبکه انجمنی است.
- که هدف همگرایی مجانبی شبکه است.
- شبکه هاپفلید گسسته که در ادامه بررسی می شود، انجمنی است.

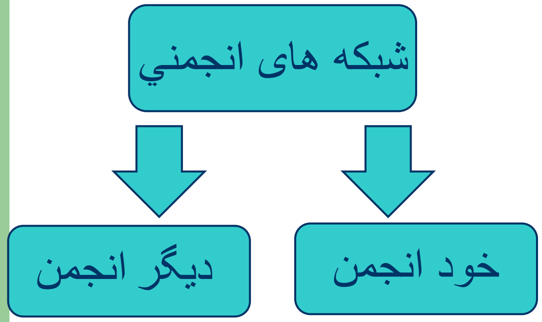


دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

مقدمه

یادآوری

- شبکه‌هاي انجمني و تقسيم‌بندي ديگري بر اساس نوع نگاشت:



-

- فصل ٤: يادگيري پرسپترون با ناظر مورد بررسي قرار گرفت.
- در اين فصل مجموعه‌اي از قوانين ساده يادگيري با ناظر و بدون ناظر بحث می شود.
- همچنين خواهيم ديد كه چگونه ميتوان به شبکه های عصبی انجمني انتسابات را ارائه نموده و شبکه مورد نظر چگونه آنها را مي‌آموزد و يك انتساب جديد را هم فرا مي‌گيرد بدون آنكه موارد قبلي را از ياد ببرد.

مقدمه

نكته :

- حافظه در فرهنگ نرو- بيولوژي : ايجاد تغييرات نسبي عصبي توسط عمل متقابل يك ارگانيسم با محيط اطرافش.
- حافظه بايد در دسترس سيستم عصبي باشد.
- الگويي در حافظه ذخيره ميشود بايد از طريق پروسه يادگيري باشد.
- **حافظه‌هاي انجمني** : حافظه‌هايي كه داراي طبيعت توزيعي مي‌باشند و براساس اصل پايه‌اي محرك ـ پاسخ عمل مي‌كنند (كاركردهاي انجمني).

دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

شبکه حافظه انجمنی و قانون یادگیری هب و آنالیز عملکرد آن

شبکه انجمنی خطی و قانون یادگیری هب

شبکه انجمنی خطی و قانون یادگیری هب

- **قانون يادگيري هب** يكي از اولين قوانين يادگيري شبكه‌هاي عصبي و پايه تمامي قوانين پيچيده‌تر شبكه‌هاي انجمني مي‌باشد. **دونالد هب** (1949).
- "زماني كه يك اكسان از سلول A بتواند سلولB را به طور مداوم و متناوب تحريك كند، تغيير متابوليكي يا روند رشدي در يك يا هر دو سلول صورت مي‌گيرد. بطوري كه كارايي A به عنوان يكي از سلول‌هايي كه B را تحريك مي‌كند افزايش مي‌يابد.“
- **ويليام جيمز**، فيلسوف و روان‌شناس معروف انگليسي ۱۸۹۰:
- "زماني كه دو پروسه مغزي همزمان و يا يكي پس از ديگري فعال شوند، يكي از آن پروسه‌ها پس از بارها تكرار، تشديد فعاليت خود را به ديگري منتقل خواهد كرد."

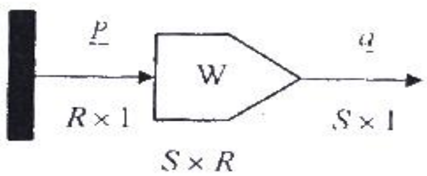
شبكه انجمنی خطی و قانون یادگیری هب

- " اگر يك عنصر پردازشي، يك ورودي را از عنصر پردازشي ديگر دريافت كند و هر دوي آنها همزمان فعال باشند وزنه سيناپسي مابين اين دو عنصر پردازشي تقويت مي‌شود."
- اجتماع نرونها ي مرتبط ⬅ توانايي خود سازماندهي
- تعلق سلولها به بيش از يك اجتماع سلولي ⬅ فهم پديده هاي روانشناسي
- **نكته قابل توجه**: ايجاد الگوهاي عصبي پايدار و نسبتا طولاني در سطوح فعال نروني ⬅ فعاليت‌هاي دماغي و رواني
- همين امر باعث شناخت افزون‌تر فعاليت ذهني و مغزي با به كارگيري مدلهاي عصبي پسخور گرديد. از جمله اين مدلها مي‌توان به شبكه‌هاي هايفليد و گراسبرگ اشاره كرد كه در جلد دوم كتاب بطور كامل مورد بررسي قرار خواهند گرفت.

شبکه انجمنی خطی و قانون یادگیری هب

❑ شبکه حافظه انجمنی خطی

جیمز اندرسون و تئوکوهنن ۱۹۶۸-۱۹۷۲



شکل (۵ - ۱): شبکه انجمنی خطی

$$\underline{a} = W.\underline{p}$$

$$a_i = \sum_{j=1}^{R} w_{ij} p_j$$

هدف اصلی: یادگیری Q زوج ورودی و خروجی $\{(\underline{p}^i, \underline{t}^i), i=1,...Q\}$ می باشند

$$\underline{p} = \underline{p}^q \Rightarrow \underline{a} = \underline{t}^q$$

همچنین

$$\underline{p} = \underline{p}^i + \underline{\varepsilon} \Rightarrow \underline{a}^i = w(\underline{p}^i + \underline{\varepsilon}) = \underline{t}^i + w\,\underline{\varepsilon} = \underline{t}^i + \underline{\delta}$$

شبکه انجمنی خطی و قانون یادگیری هب

قانون یادگیری هب

« اگر خروجیهای دو نرون توسط یک وزنه به هم متصل هستند هم علامت باشند، وزنه مابین آن‌ها دو تقویت می‌شود»

- توانایی‌های فکری ونرونهای بیولوژیکی
- پردازش یادگیری در سیستم‌های بیولوژیکی
- سوال : چگونه یاد می گیریم؟
- ساده‌ترین قاعده شاید همین قانون یادگیری هب باشد
- «یادگیری» یعنی «کد کردن اطلاعات». سیستم الگو را درساختارش کد کند، می گویند الگویی را یاد گرفته است.

دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

شبکه انجمنی خطی و قانون یادگیری هب

قانون یادگیری هب

- اگر این دو عنصر بطور همزمان فعال نشوند قاعدتا براساس تعبیر فوق، آنگاه بايستي وزن وزنه سيناپسي كاهش يابد.
- بنابراین وقوع يك تغيير در سيناپس به سطح فعاليت نرونهای دو طرف آن ودر نتيجه به زمان وقوع این فعالیتها بستگی دارد.
- ایجاد یک تغيير محلي در وزنه‌هاي سيناپسي، به تلفيق سطوح فعاليت نرونهاي دوطرف سيناپس (زيرا اتفاقي دوسطح فعاليت نروني در يك فاصله زماني كوچك، جهت ايجاد تغيير در وزنه سيناپسي كفايت خواهد نمود) و يا به همبستگي بين سطوح فعاليت نرونها مشروط مي‌شود.
- اگر همبستگي مثبت باشد وزنه سيناپسي افزايش خواهد يافت، همچنين عكس اين مطلب نيز صادق است، يعني همبستگي منفي يا صفر باعث كاهش وزنه سيناپسي خواهد شد.

شبکه انجمنی خطی و قانون یادگیری هب

قانون یادگیری هب

در شبکه انجمنی خطی در دو طرف وزنه سیناپسی w_{ij} سطوح فعالیت p_j و a_i ، وجود دارند. با توجه به قانون کلی تنظیم پارمترها خواهیم داشت:

- یادگیری بدون ناظر هب:

$$w_{ij}(K+1) = w_{ij}(k) + \Delta w_{ij}(k) \quad \Delta w_{ij}(k) = \psi(a_i(k), p_j(k); k)$$

$$\Delta w_{ij}(K) = \alpha a_i p_j$$

$$\Delta w_{ij}(K) = \alpha \;\; f_i(a_i) g_j(p_j). \quad \alpha > 0$$

نرخ یادگیری

- یادگیری با ناظر هب:

$$w_{ij}(K+1) = w_{ij}(k) + t_i p_j$$

$$w_i(k+1) = w_i(k) + t_i^q (\underline{p}^q)^T, i = l, \dots, S \qquad W^n = W^0 + \sum_{q=1}^{Q} \underline{t}^q (\underline{p}^q)^T \qquad W^n - W^0 = TP^T$$

دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

شبکه انجمنی خطی و قانون یادگیری هب

آنالیز عملکرد قانون هب

$$(\underline{p}^i)^T \underline{p}^j = \delta_{ij} \qquad \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & ,i = j \\ 0 & ,i \neq j \end{cases}$$

خروجي مطلوب

$$\underline{a} = W\underline{p}^L = \left(\sum_{q=1}^{Q} \underline{t}^q (\underline{p}^q)^T\right)\underline{p}^L \qquad = \sum_{q=1}^{Q} \underline{t}^q (\underline{p}^q)^T . \underline{p}^L \qquad = \sum_{q=1}^{Q} \underline{t}^q \delta_{qL} = \underline{t}^L$$

ورودی شبکه

اگر يك شبكه انجمني خطي با قانون يادگيري هب، آموزش ديده باشد و بردارهاي ورودي مرجع متعامد و يكه باشند، در صورت اعمال يكي از بردارهاي ورودي مرجع به شبكه، خروجي آن برابر با خروجي مطلوب متناظر خواهد بود.

شبکه انجمنی خطی و قانون یادگیری هب

مثال :

- الگوهای مرجع شبکه: $\underline{p}^1=\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}, \underline{p}^2=\begin{bmatrix}1\\-1\end{bmatrix}, \underline{p}^3=\begin{bmatrix}-1\\1\end{bmatrix}$
- یکه‌سازی: $\underline{p}^1=\begin{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\\\frac{1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}, \underline{p}^2=\begin{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\\\frac{-1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}, \underline{p}^3=\begin{bmatrix}\frac{-1}{\sqrt{2}}\\\frac{1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}$
- خروجیهای مطلوب بردارهای مرجع: $\underline{t}^1=\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}, \underline{t}^2=\begin{bmatrix}1\\-1\end{bmatrix}, \underline{t}^3=\begin{bmatrix}-1\\-1\end{bmatrix}$
- $W^0=0$
- شبکه خروجیهای متناظر:

$$W=T.P^T=\begin{bmatrix}1&1&-1\\1&-1&-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}&\frac{1}{\sqrt{2}}\\\frac{1}{\sqrt{2}}&\frac{-1}{\sqrt{2}}\\\frac{-1}{\sqrt{2}}&\frac{1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{3}{\sqrt{2}}&\frac{-1}{\sqrt{2}}\\\frac{1}{\sqrt{2}}&\frac{1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}$$

$$\underline{a}^1=W.\underline{P}^1=\begin{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}&\frac{-1}{\sqrt{2}}\\\frac{1}{\sqrt{2}}&\frac{1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\\\frac{1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$$

$$\underline{a}^2=W.\underline{P}^2=\begin{bmatrix}\frac{3}{\sqrt{2}}&\frac{-1}{\sqrt{2}}\\\frac{1}{\sqrt{2}}&\frac{1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\\\frac{-1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\0\end{bmatrix}$$

$$\underline{a}^3=W.\underline{P}^3=\begin{bmatrix}\frac{3}{\sqrt{2}}&\frac{-1}{\sqrt{2}}\\\frac{1}{\sqrt{2}}&\frac{1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{-1}{\sqrt{2}}\\\frac{1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2\\0\end{bmatrix}$$

شبکه انجمنی خطی و قانون یادگیری هب

ادامه مثال :

- فرض:که بردارهای ورودی مرجع یکه بوده لکن متعامد نیستند. در این صورت خواهیم داشت:

$$\underline{a}^l = W\underline{P}^l = \sum_{q=1}^{Q} \underline{t}^q (\underline{p}^q)^T . \underline{P}^l$$

$$\underline{a}^l = \underline{t}^l (\underline{P}^l)^T . \underline{P}^l + \sum_{\substack{q=1 \\ q\neq 1}}^{Q} \underline{t}^q (\underline{p}^q)^T . \underline{P}^l = \underline{t}^l + \sum_{\substack{q=1 \\ q\neq 1}}^{Q} \underline{t}^q (\underline{p}^q)^T . \underline{p}^l$$

- مقدار خطای خروجی شبکه:

$$\underline{e}^l = \underline{a}^l - \underline{t}^l = \sum_{\substack{q=1 \\ q\neq 1}}^{Q} \underline{t}^q (\underline{p}^q)^T . \underline{p}^l$$

$$\underline{e}^2 = \underline{a}^2 - \underline{t}^2 = \underline{t}^1 . (\underline{p}^1)^T . \underline{p}^2 + \underline{t}^3 (\underline{p}^3)^T \underline{p}^2$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{-1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{-1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{-1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

شبکه انجمنی خطی و قانون یادگیری هب

حداقل کردن خطا

- قانون شبه معکوس:

$$J(W)=\frac{1}{Q}\sum_{q=1}^{Q}\left\|\underline{t}^q-\underline{a}^q\right\|^2$$

$$=\frac{1}{Q}\sum_{q=1}^{Q}\left\|\underline{t}^q-W\underline{p}^q\right\|^2$$

- فرم ماتریسی:

$$\boxed{J(W)=\frac{1}{Q}\left\|T-WP\right\|^2}$$

- حال بعنوان مثال چند حالت را در نظر میگیریم:

$P\in R\ -1$

$\downarrow$

$$P^+=\begin{cases}\frac{1}{p}, & p\neq 0\\ 0, & P=0\end{cases}$$

$P\in R^{n\times 1}$

$\downarrow$

$$\underline{P}^+=\begin{cases}\frac{\underline{p}^T}{\underline{p}^T\underline{p}}, & p\neq 0\\ \underline{0}, & \underline{P}=\underline{0}\end{cases}$$

$P\in R^{n\times m}$

سطرهاي P مستقل خطي باشند $\quad P\neq 0 \rightarrow P^+=P^T(PP^T)^{-1}$

سطرهاي P مستقل خطي باشند $\quad P\neq 0 \rightarrow P^+=(P^TP)^{-1}P^T$

شبه معکوس P برابر مي‌شود با ۰ $\longrightarrow$ p=0

دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

شبکه انجمنی خطی و قانون یادگیری هب

محاسبه ماتریس شبه معکوس از طریق تجزیه مقادیر تکینه

تعریف : براي ماتریس $A \in R^{n \times m}$ با رتبه $\min(m,n) \ge rank(A) = p$ ، ماتریسهاي متعامد یکه $V \in R^{n \times p}$ و $U \in R^{m \times p}$ موجودند بطوري که :

$$U = [\underline{u}_1,.....\underline{u}_p] \ , \ V = [\underline{v}_1,.....\underline{v}_p] \ , \ \underline{u}_i^T . \underline{u}_i = \delta_{ij} \ , \ \underline{\underline{v}_i^T \underline{v}_j} = \delta_{ij}$$

$$V^T AU = \begin{bmatrix} \delta_1 & & \\ & \delta_2 & \\ & & \delta_3 \end{bmatrix} = diag\left([\delta_1,...,\delta_p] \right) \qquad A^T A\underline{u}_i = \delta_i^2 \underline{u}_i \qquad AA^T \underline{v}_i = \delta_i^۲ \underline{v}_i$$

$$\delta_i = \begin{cases} [\lambda_i(AA^T)]^{\frac{1}{2}} \ , & n \le m \\ [\lambda i(A^T A)]^{\frac{1}{2}} \ , & n \ge m \end{cases} \qquad \delta_i = [\lambda_i \ (p^T p)]^{\frac{1}{2}}, \quad i = 1,....., p$$

شبکه انجمنی خطی و قانون یادگیری هب

محاسبه ماتریس شبه معکوس از طریق تجزیه مقادیر تکینه

- ماتريس $P^T P$ يك ماتريس متقارن مثبت نيمه معين است. در نتيجه تمامي مقادير ويژه آن مثبت يا صفرند و مقادير تكينه نيز همگي مثبت و يا ۰ خواهند بود. δ_i ها را بصورت زير مرتب مي‌كنيم:

$$\delta_1 \geq \delta_2 \geq \ldots \geq \delta_{r+1} = \delta_{r+2} = \ldots. = \delta_p = 0$$

- Rank(P) = r
- فضاي پوچ ماتريس و فضای برد ماتريس:

$$R(P) = span\{\underline{u}_1, \ldots, \underline{u}_r\}$$

$$N(P) = span\{\underline{v}_{r+1}, \ldots, \underline{v}_n\}$$

شبکه انجمنی خطی و قانون یادگیری هب

مثال : مثال قبلي را در نظر گرفته و ماتريس وزني Wرا محاسبه ميكنيم:

$$W^{+} = TP^{+} \quad = TP^{T}(PP^{T})^{-۱} = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ \frac{۱}{۲} & \frac{۱}{۲} \end{bmatrix}$$

- خروجي شبكه به ازاي ورود هريك از الگوها:

$$\underline{a}^{1} = W^{*}\underline{p}^{1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \underline{t}^{1} \qquad \underline{a}^{2} = W^{*}\underline{p}^{2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \neq \underline{t}^{2} \qquad \underline{a}^{3} = W^{*}\underline{p}^{3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \neq \underline{t}^{3}$$

- **نتيجه**: ميزان خطاي خروجي شبكه در اين روش از يادگيري هب در مثال قبلي كمتر است.

دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

معیار حداقل خطا و مسائل حل شده

مسائل حل شده

مسائل حل شده

- مسائل حل شده(۱):
- فرض كنيد كه شبكه خود انجمني با استفاده از قانون براي Lالگوي متعامد با تعداد عناصر Rطراحي شده است. عناصر هر الگو ۱+ ۱- هستند. ماتريس وزني مناسب را به دست آورده و نشان دهيد كه Lالگو $\underline{p}^i$ ها بردارهاي ويژه آن هستند.
- جواب : با توجه به اين كه شبكه عصبي در اين جا يك شبكه خود انجمني مي‌باشد خواهيم داشت:

$$W\underline{p}^i = \underline{p}^i, i = 1,2,\ldots L \qquad W[\underline{p}^1,\ldots,\underline{p}^L] = [\underline{p}^1,\ldots,\underline{p}^L] \qquad W = PP^T = \sum_{q=1}^{L} p^q (\underline{p}^q)^T \qquad \underline{a} = W\underline{p}^l = \sum_{q=1}^{L} \underline{p}^q (\underline{p}^q)^T . \underline{p}^l$$

$$(\underline{p}^q)^T \underline{p}^l = \delta_{ql} = \begin{cases} R & l = q \\ 0, & l \neq q \end{cases}$$

$$\underline{a} = W\underline{p} = \sum_{i=l}^{L} \alpha_i W \underline{p}^i = \sum_{i=l}^{L} \alpha_i R \underline{p}^i = R \sum_{i=l}^{L} \alpha_i \underline{p}^i = R\underline{p}$$

$$\underline{a} = W\underline{v}^j = \sum_{q=l}^{L} p^q (\underline{p}^q)^T \underline{v}^i = ۰, i = ۱,۲,\ldots\ldots, R - L$$

مسائل حل شده

- مسائل حل شده(۲):

- قانون هب را براي نرون i ام از لايه اول و نرون j ام از لايه دوم يك شبكه پيشخور تعميم دهيد.
- جواب :

$$\Delta w_{ji}(k) = \alpha a_i^1(k) a_j^2(k)$$

$$w_{ji}(k+1) = w_{ji}(k) + \alpha a^1_{i_i}(k) a_j^2(k)$$

مسائل حل شده

- مسائل حل شده(۳):
- قانون هب را براي مساله قبل در حالت آماري بنويسيد.
- جواب : روش ديگر نمايش قانون هب به اين شكل است كه تغييرات در وزنه سيناپسي متناسب با همستگي مابين فعاليت نرونهاي دوسر وزنه سيناپسي در نظر گرفته مي شود در اين صورت:

$$\Delta w_{ji}(k) = \alpha E\left[\left(a_j^2(k) - E(a_j^2(k))\right)\left(a_i^1(k) - E(a_i^1(k))\right)\right]$$

مسائل حل شده

- مسائل حل شده(۴):
- متدهاي ديگر يادگيري از نوع هب را بررسي كنيد.
- جواب : يكي از مشكلات در قانون يادگيري اوليه هب، اين است كه در صورت زياد بودن تعداد الگوها در مجموعه دادههاي يادگيري ماتريس وزني داراي عناصر بسيار بزرگي خواهد شد.به قانون يادگيري اوليه هب توجه كنيد:

$$W(k+1)=W(k)+\underline{a}^{2}(k)\left(\underline{a}^{1}(k)\right)^{T} \quad W(k+1)=W(k)+\alpha\underline{a}^{2}(k)\left(a^{1}(k)\right)^{T}-\beta W(k) \qquad 0<\beta,\alpha<1$$

$$=(1-\beta)W(k)+\alpha\underline{a}^{2}(k)\left(a^{1}(k)\right)^{T} \quad W(k+1)=(1-\beta)W(k)+\alpha\, t(k)\underline{p}^{T}(k) \quad W(k+1)=W(k)+\alpha\left(\underline{t}^{q}(k)-W(k)\underline{p}^{q}\right)(\underline{p}^{q})^{T}$$

- مزيت اين روش، وزنها پس از ارائه هر الگوي جديد تنظيم شده و اين ترتيب براي تنظيم پارامترها، موجب ميشود تا قانون يادگيري خود را با تغييرات محيط وفق دهد.

مسائل حل شده

- **مسائل حل شده(۵):**
- در تمامي مثال‌هاي شناسايي الگو از بردارهايي استفاده شد كه عناصر آن ها متعلق به مجموعه $\{-1\ ,\ 1\}$ بودند چه تغييري در ساختار شبكه انجمني بايد صورت گيرد تا عناصر بردار متعلق به مچموعه باشند
- جواب : فرض كنيد كه زوج بردارهاي ورودي ـ خروجي به مجموعه $\{-1\ ,\ 1\}$ متعلق باشند:

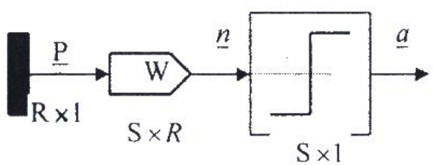
$$\{(\underline{p}^i,\underline{t}^i), i=l,\dots.Q\}\ ,\quad \underline{p}^i \in \{-1,1\}^{R\times l},\quad \underline{t}^i \in \{-1,1\}^{S\times 1}$$

$$\underline{1} = \begin{bmatrix} 1 \\ . \\ . \\ . \\ 1 \end{bmatrix}_{R\times l}\ ,\ \underline{p} \in \{-1,1\}^{R\times 1}$$

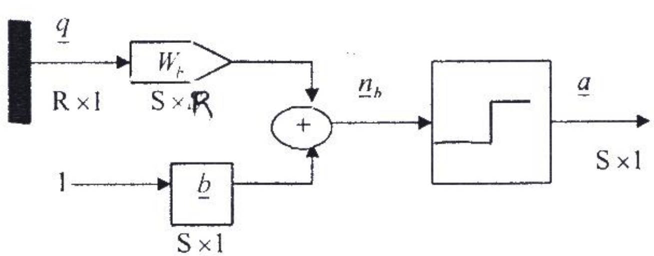
$$\underline{q} = \frac{1}{2}\underline{p} + \frac{1}{2}\underline{1}$$

مسائل حل شده

- مسائل حل شده(ادامه ۵):
- دو ساختار را براي شناسايي الگوهاي ديجيتالي كه عناصر آن متعلق به
- مجموعه $\{-1\ ,\ 1\}$ و يا $\{-1\ ,\ 1\}$ هستند در نظر مي‌گيريم.
- ارتباط بين پارامترهاي دو ساختار:



الف - الگوهای دوقطبی $\{-1,1\}$



ب - الگوهای باینری $\{0,1\}$

شکل (۵-۲):دو ساختار برای الگوهای دیجیتالی

$$\underline{n}_b = \underline{b} + W_b \underline{q}$$

$$= \underline{b} + W_b(\frac{1}{2}\underline{p} + \frac{1}{2}\underline{1}) \quad = \underline{b} + \frac{1}{2}W_b \underline{p} + \frac{1}{2}W_b \underline{1}$$

$$= \underline{n} = W\underline{p} \qquad W_b = ۲W$$

$$\underline{b} = -\frac{1}{2}W_b \underline{1} = W\underline{1}$$

دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

مسائل حل شده

- **مسائل حل شده(۶):**
- - در شبکه‌هاي خودانجمني خطي، اگر عناصر قطري ماتريس وزني W همگي ۰ باشند پاسخ شبکه چگونه تغيير خواهد نمود؟
- جواب : در شبکه‌هاي خود انجمني ماتريس T برابر با ماتريس P است و طبق قانون هب ماتريس وزني W برابر با PP^T مي‌باشد. براي صفر نمودن عناصر قطري اگر فرض کنيم که L الگو براي ذخيره سازي و بازيابي به عنوان بردارهاي مرجع داشته باشيم تبديل زير را انجام مي‌دهيم:

$$W' = PP^T - LI \quad ,P = [\underline{p}^1,\dots,\underline{p}^Q] \qquad W'\underline{P}^q = PP^T\underline{P}^q - L\underline{P}^q \qquad = \left[\underline{p}^1,\dots\underline{p}^L\right]\begin{bmatrix}(\underline{p}^1)^T\underline{p}^q\\ \cdot \\ (\underline{p}^L)^T\underline{p}^q\end{bmatrix} - L\underline{p}^q \qquad = L\underline{p}^q - L\underline{p}^q = O.\underline{p}^q$$

- هر بردار $\underline{p}^q$ يك بردار ويژه ماتريس W با مقدار ويژه ۰ است. از اين رو شبکه‌هاي خود انجمني براي ماتريس وزني W که عناصر قطري آن صفرند، همچنان عمل خواهند نمود.

قانون يادگيري بدون ناظر هب، شبكه‌هاي اينستار و اوتستار

قانون یادگیری بدون ناظر هب

قانون يادگيری بدون ناظر هب

- **مقدمه**
- شكلِ بدون ناظر يادیگري هب.
- چگونه مي‌توان ارتباطها را توسط شبكه‌ها نمايش داد و چطور شبكه مي‌تواند يك ارتباط جديد را فرا گيرد.
- يك نرون را با تابع غيرخطي اشباع در نظر بگيريد. ورودي نرون، يك اسكالر باينري است، يعني آن كه اگر تحريك موجود باشد مقدار ورودی p مساوي ۱ و اگر تحريك موجود نباشد p برابر ۰ خواهد بود. خروجي نرون a نيز تنها دلالت بر وجود، يا عدم وجود پاسخ خواهد داشت. وجود ارتباط خاص بين محرك و پاسخ نرون، توسط مقدار وزنه سيناپسي تعيين مي‌شود. نرون در صورتي به محرك پاسخ مي دهد كه مقدار وزنه سيناپسي، w، بيشتر از مقدار باياس b باشد.
- قوانيني كه در اين بخش مورد بررسي قرار مي‌گيرند، عموما در چارچوب يك شبكه بزرگتر مورد استفاده قرار خواهند گرفت. جهت نمايش عملكرد اين قوانين يادگيري انجمني، از شبكه‌هاي ساده با دو نوع ورودي استفاده مي‌كنيم، بدين صورت كه نوع اول محرك‌هاي غيرمشروط و نوع ديگر محركهاي شرطي را نمايندگي مي‌كنند.

قانون يادگيری بدون ناظر هب

- مقدمه
- جمله معروف دونالد هب را همراه با داستان سگ پاولوف به ياد آوريد. محرك شرطي، همان زنگوله و محرك غيرشرطي، غذا را نمايندگي مي كند. در آغاز سگ تنها با رويت غذا اشتهايش تحريك مي‌شود، در اين جا ورودي محرك شرطي را با $\underline{p}_c$ و ورودي محرك غير شرطي را با $\underline{p}_u$ نمايش مي دهيم.
- بطور كلي براي مسائل پيچيده به شبكه‌هاي نيازمنديم كه توانايي يادگيري ارتباطها را داشته باشند.

- **مثال:** تبليغاتي را كه ضد سيگار مي‌شود در نظر مي‌گيريم: سيگار كشيدن مترادف با مرگ تدريجي است. اگر مدتي اين دو تصوير (كشيدن سيگار و مرگ تدريجي) همزمان نمايش داده شوند، پس از زمان كوتاهی، هر وقت كه سيگار نشان داده شود، تصوير مرگ‌زاي آن به ذهن انسان القا مي‌گردد. به عبارتي شكل سيگار پس از مدتي سيناپس ارتباطي بين ذهن و تصوير مرگ زايي سيگار را تقويت مي كند. بطوري كه اگر شكل مرگ زايي نيز همراه سيگار نباشد، رويت سيگار تصوير مرگ زايي آن را زنده مي‌كند.

قانون يادگيری بدون ناظر هب

- بيان رياضي
- قانون بدون ناظر هب وزنه سيناپسي موجود بين ورودي p و خروجي نرون را متناسب با حاصل ضربشان تقويت مي كند.

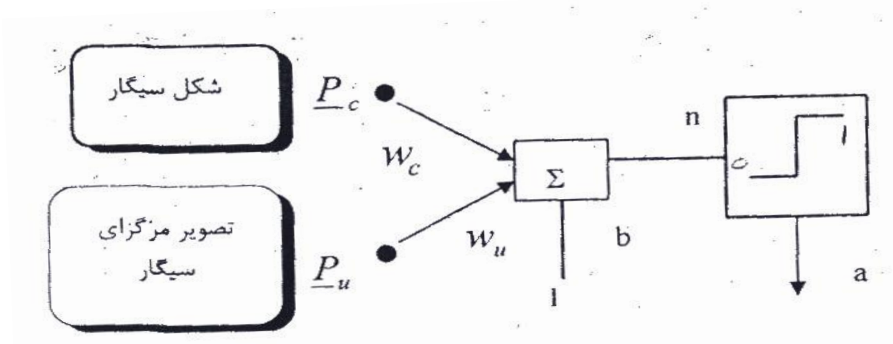
$$w(k) = w(k-1) + \alpha a(k) p(k)$$

- اكنون به مثال سيگار توجه مي كنيم. هر زمان كه $w_c > -b$ باشد، ارتباطی بين شكل سيگار و مرگ ايجاد می گردد، وقتي كه شكل سيگار رويت شود $p_c = 1$ و آنگاه صرف نظر از اين كه تصوير مرگ زاي آن رويت شود يا خير، مقدار $a = 1$ خواهد بود.
- يك نكته قابل ذكر در اين جا اين است كه قاعده يادگيري، تنها از سيگنالهاي موجود در لايه‌اي كه شامل وزن W است استفاده مي‌كند(قانون يادگيري محلي).
- قانون يادگيري محلي بدون ناظر هب

$$w(k+1) = \underline{w}(k) + \alpha \underline{a}(k+1) \underline{p}^T(k+1)$$

قانون یادگیری بدون ناظر هب

- علت به كارگيري اصطلاح بدون ناظر: در روابط مذكورازخروجي مطلوب استفاده نميشود و يادگيري تنها در اثر ارائه يكسري وروديها به شبكه صورت ميپذيرد.(در هر تكرار، نخست خروجي در پاسخ به ورودي محاسبه شده و سپس بردار تنظيم مي گردد)



شکلِ (۵ -۳): تصویر ارتباط بین سیگار و مرگ

قانون يادگيری بدون ناظر هب

- **مثال :** قانون يادگيري بدون ناظر هب را براي مثال سيگار به كار مي بريم

فرض:

$$\underline{w}(\cdot) = \begin{bmatrix} w_c(\cdot) \\ w_u(\cdot) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot \\ ۱ \end{bmatrix}, b = -\frac{۱}{۲}$$

هدف: تنظيم پارامترهاي منتسب به محرك شرطي.

ورودیهاي مرجع را اعمال ميكنيم:

$$\begin{Bmatrix} (p_c(1)=1, p_u(1)=0), (p_c(2)=1, p_u(2)=1), \\ (p_c(3)=1, p_u(3)=0), \ldots \end{Bmatrix}$$

فرض : w_u ثابت باقي مانده و w_c طبق رابطه فوق تنظيم ميگردد:

$$w_c(k+1) = \underline{w_c}(k) + a(k+1).p_c(k+1)$$

$$w_c(1) = 0 + a(1).1 \quad a(1) = sign(w_u(0).\mathrm{p_u}(1) + \mathrm{w_c}(0)Pc(1) + b) \; = Sign(1\times 0 + 0\times 1 - 1/2) = 0$$ K=0

$$a(2) = sign(1\times 1 + 0\times 1 - \frac{1}{2}) \quad w_c(2) = w_c(1) + a(2)p_c(2) \qquad = \cdot + ۱\times ۱ = ۱$$ K=۱

$$a(۳) = sign(۱\times \cdot + ۱\times ۱ - \frac{۱}{۲}) = ۱ \quad w_c(3) = w_c(2) + a(3)p_c(3) = 1+1 = 2$$ K=۲

قانون يادگيری بدون ناظر هب

- با قانون يادگيري بدون ناظر محلي هب، شبكه قادر است ارتباطها را بياموزد.
- نكته مهم: با هر تكرار، عناصر بردار وزن بسيار بزرگ مي شوند. با مراجعه به طبيعت بيولوژيك كه قانون هب از آن الهام گرفته شده است، چنين موردي نيز از واقعيت دور است. پس عملا يك مكانيسم محدود كننده در سيستم يادگيري احتياج است. بدين منظور با استفاده از يك عبارت ميرا قانون هب را بهبود مي‌بخشيم.

$$\underline{w}(k) = \underline{w}(k-1) + \alpha a(k)\underline{p}^T(k) - \beta \underline{w}(k-1)$$

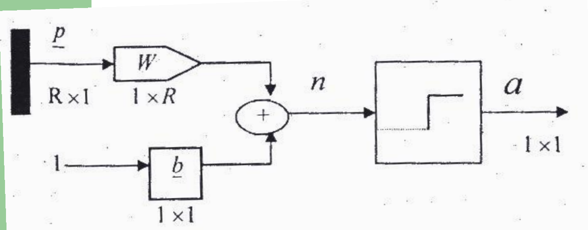
$$= (1-\beta)\underline{w}(k-1) + \alpha a(k)\underline{p}^T(k)$$

قانون يادگيري بدون ناظر هب، شبکه‌هاي اينستار و اوتستار

شبکه اینستار

قانون کوهنن

شبکه اینستار



شکل (۵- ۵) :بلوک دیاگرام شبکه اینستار

- **شبکه اینستار**
- شبکه یِ تشکیل شده از نرونهایی که ورودي آنها يك بردار باشد.
- این ساده‌ترين شبکه‌اي است که قابليت شناسايي الگو را داراست.
- واضح است که نرون اینستار زماني فعال خواهد شد که $n \geq 0$
- و يا $\underline{w}\,\underline{p} \geq -b$ باشد. مي دانيم $<\underline{w},\underline{p}> = \|\underline{w}\|.\|\underline{p}\|\cos\theta$ (θ زاويه بين
- بردارهاي $\underline{w}, \underline{p}$ است.
- نرون **اینستار** زماني فعال خواهد بود که $\underline{p}$ نزديك $\underline{w}$ باشد.
- اگر $b = -\|w\|.\|p\|$ باشد، آنگاه نرون **اینستار** به شرطي فعال خواهد شد که $\underline{w}$ در همان جهتي باشد که $\underline{p}$ قرار داد.
- **نکته : هرچه مقدار b بزرگتر باشد، الگوهاي بيشتري براي فعال کردن نرون اینستار وجود خواهند داشت، و به عبارت ديگر حساسيت نرون نسبت به الگوها کمتر مي‌شود.**

شبكه اينستار

- **قانون يادگيري اينستار**
- براي اين كه شبكه بتواند الگويي را بدون نظارت ياد بگيرد، نياز به وضع قانون جديدي است كه تضمين كننده نرماليزه شدن وزنه‌ها باشد.
- قانون هب چنين خاصيتي را تامين نمي‌كند. همچنين با اضافه كردن عبارت ترم ميرا به قانون هب، ملزم به تحريك مداوم شبكه هستيم. يك راه براي اجتناب از اين امر است كه زماني اجازه دهيم ترم ميرا عمل كند كه نرون **اينستار** فعال شده باشد $(a \neq)$.
- يا عمل فراموش كردن الگوها حداقل شده باشد در اين صورت:

$$w_j(k) = w_j(k-1) + \alpha\, a(k) p_j(k) - \beta\, a(k) w_j(k-1)$$

- اگر بخواهيم به يادگيري الگوهاي جديد و فراموشي الگوهاي قبلي به يك اندازه ارزش بدهيم، α رابرابر β فرض مي‌كنيم و خواهيم داشت:

$$w_j(k) = w_j(k-1) + \alpha a(k)[p_j(k) - w_j(k-1)]$$

شبكه اينستار

- قانون يادگيري اينستار

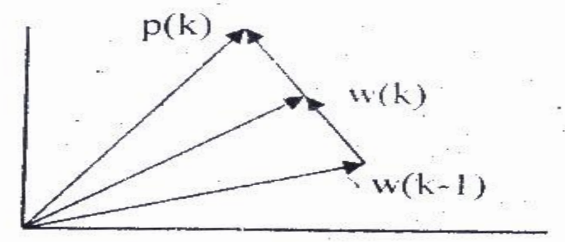
$$\underline{w}(k) = \underline{w}(k-1) + \alpha\,[\underline{p}(k) - \underline{w}(k-1)] = (1-\alpha)\underline{w}(k-1) + \alpha\,\underline{p}(k)$$

- وقتی نرون **اينستار** فعال است، بردار وزن در جهت بردار ورودي حركت مي‌كند.
- امتداد حركت روي خطي است كه بردار ورودي و بردار وزن را در لحظه قبل بهم متصل مي‌كند.
- ميزان طول قدم را در راستاي خط اتصالي، پارامتر α تعيين مي‌كند.
- $\alpha = 1$ هنگامي كه نرون اينستار فعال گرديد، بردار جديد وزن همان بردار الگو خواهد شد.
- $\alpha = 0.5$ بردار جديد، نصف راه بين بردار قديم وزن و بردار الگو را طي مي‌كند.
- در اين جا اگر الگوهاي ورودي نرماليزه باشند، آنگاه بردار وزن هم پس از يادگيري يك الگوي ورودي بطور اتوماتيك نرماليزه خواهد شد.

شبکه اینستار

- قانون يادگيري اينستار

- قانون جديد **اينستار** که اساسا همان قانون هب است، نه تنها عمل فراموش نمودن الگوها را حداقل مي‌کند، بلکه اگر وروديها نرماليزه باشند بردار وزنه‌ها هم نهايتا نرماليزه مي‌گردند.

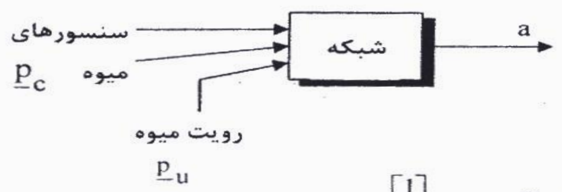


شکل (۵ -۶) نمایش برداری قانون **اینستار**

شبکه اينستار

- ❑ **مثال:**
- ❑ شبکه شکل (۵-۷) را در نظر بگيريد. قانون اينستار را روي شبکه فوق اعمال کنيد.
- ❑ جواب : شبکه داراي دو ورودي است. يك ورودي دلالت ميکند بر اين که آيا ميوه مشاهده شده سيب يا غير سيب است، (محرك غيرشرطي) و بردار ورودي ديگر دو ويژگي شکل وبافت ميوه را بيان ميکند. (محرك شرطي). خروجي شبکه برابر است با:

$$a = \mathrm{sign}(w_u p_u + \underline{w}_c^T \underline{p}_c + b)$$

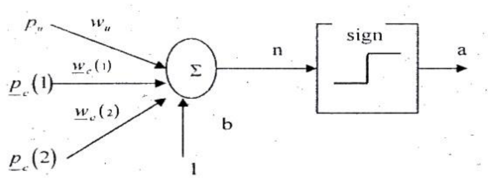


$$p_u = \begin{bmatrix} 1, & \text{سیب} \\ 0, & \text{غیر سیب} \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad \underline{p}_c = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{، سیب}$$

شکل (۵-۷): مثال (۵-۵)

شبکه اینستار

- **مثال:**
- عناصر بردار ورودي $\underline{p}_c$ متعلق به مجموعه $\{-1 \ , \ 1\}$ هستند. اين تعلق تضمين مي‌كند كه بردار با طول $\sqrt{۲}$ نرماليزه باشد. ترم باياس b را برابر ۱- انتخاب مي‌كنيم.



شکل (۵-۸) : شبکه **اینستار** مثال ۵ - ۵

- همچنين براي اين كه شبكه يك ارتباط ثابت بين رويت سبب و پاسخ مربوطه داشته باشد، w_u را برابر مقداري بزرگتر از $-b$ قرار مي‌دهيم. و چون مي‌خواهيم كه شبكه در آغاز به هيچ تركيبي از مقادير اندازه‌گيري شده از ميوه پاسخ ندهد، مقدار اوليه $\underline{w}_c(۰)$ را مساوي ۰ قرار مي‌دهيم. نهايتا شرايط اوليه زير را داريم:

$$b=-1, w_u=2, w_c(0)=\left[0 \ 0\right]^T$$

دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

شبکه اینستار

- مثال:

$$\underline{w}_c(k)=\underline{w}_c(k-1)+\alpha \mathrm{a(k)}\left[\underline{p}_c(\mathrm{k})\text{-}\underline{w}_c(k-1)\right]$$

- α =۱
- در تکرار اول خواهیم داشت:

$$a(1)=sign(w_u p_u+\underline{w}^T{}_c(0)\underline{p}_c(1)\text{-}1)\quad =sign\left(2\times 0+[0\ 0]\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}-1\right)=0$$

$$\underline{w}_c(1)=\begin{bmatrix}0 & 0\end{bmatrix}^T$$

- در تکرار دوم خواهیم داشت:

$$a(۲)=sign(w_u p_u(۲)+\underline{w}_c(۱)\underline{p}_c(2)\text{-}1)\ =sign\left(2\times 1+[0\ 0]\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}-1\right)=1$$

$$\underline{w}_c(2)=\underline{w}_c(1)+\mathrm{a}(2)\left[\underline{\mathrm{p}}_c(2)\text{-}\underline{w}_c(1)\right]\ =\begin{bmatrix}0 & 0\end{bmatrix}^T+1\left(\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$$

شبکه اینستار

- ادامه مثال:

در واقع بردار$\underline{w}_c(۲)$ ،همانند بردار مشخصات سيب است. شبكه اكنون مي‌تواند سيب را از روي اندازه‌هايش تشخيص دهد شبكه در تكرار سوم با وجود خطاي رويتي ، پاسخ خواهد داد. ($a=۱$):

$$a(۳) = sign(۲ \times ۰ + \begin{bmatrix} ۱ & ۱ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix} - ۱) = ۱ \qquad \underline{w}_c(3) = \underline{w}_c(2) + a(3)\left[\underline{p}_c(3) - \underline{w}_c(2)\right]$$

$$= \begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix} + ۱\left(\begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix}$$

- برادر وزن ديگر تغيير نخواهد يافت. و اين بدين معني است كه شبكه بخوبي قادر شده است بردار اندازه‌ها را به پاسخ سيب مرتبط نمايد. البته بايستي متذكر شويم كه در اين جا يادگيري به علت بزرگ بودن α سريع شده است.

شبکه اینستار

- **قانون کوهنن:**
- قانون کوهنن همانند قانون **اینستار**، وزن‌هاي نرون را طوري اصلاح مي‌کند تا بردار ورودي "الگو" را ياد بگيرد. با اين حال يادگيري از نوع کوهنن متناسب با پاسخ نرون نيست.
- قانون کوهنن :

$$w_i(k) = w_i(k-1) + \alpha\left(\underline{p}(k) - w_i(k-1)\right), i \in \amalg(\mathrm{k})$$

- قانون کوهنن نوعي از قوانين حافظه انجمني مي‌باشد. در اينجا يادگيري براي نرونهاي خاصي انجام مي گيرد که داراي ويژگي‌هاي مخصوصي هستند. و با مجموعه $\amalg(\mathrm{k})$ مشخص مي شوند. همان گونه که از نمايش مجموعه معلوم است اين مجموعه‌ها با زمان تغيير مي‌کند
- **نکته:** اگر قانون **اينستار** به لايه‌اي از نرونها که داراي تابع تبديل sign مي‌باشد اعمال شود، آنگاه قانون کوهنن عملا معادل قانون اينستار مي شود مشروط بر آن که $\amalg(\mathrm{k})$ برابر باشد با :

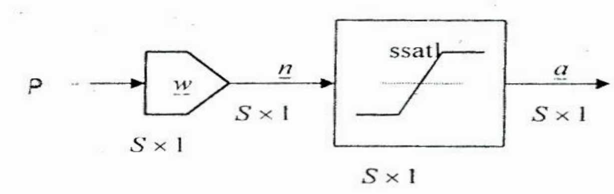
$$\amalg(k) = \{ i \mid a_i(k) = 1 \}$$

شبکه‌هاي اوتستار

شبكه ساده بازيابي

شبكه ساده بازيابي

- **مقدمه**
- **اينستار** با يك نرون عمل شناسايي الگو را انجام مي دهد. اين شبكه تك نرون يك بردار محرك را به يك پاسخ اسكالر ارتباط مي‌دهد. شبكه **اوتستار** برعكس شبكه **اينستار**، داراي يك رودي اسكالر و يك بردار خروجي است.



شكل (۵ -۹): شبكه **اوتستار**

- شبكه اوتستار، عمل بازيابي الگو را از طريق ايجاد ارتباط مابين محرك و بردار خروجي انجام مي‌دهد. رابطه ورودي ـ خروجي شبكه فوق توسط رابطه بعد بيان مي‌شود.

$$\underline{a} = ssatl(\underline{w}p)$$

- تابع غيرخطي ssatl، بدين خاطر انتخاب شده است تا تمامي الگوها بين $[-1,1]$ بازيابي شوند.

شبكه ساده بازيابي

- قانون يادگيري اوتستار
- جهت به دست آوردن قانون يادگيري اوتستار، از قانون اوليه هب استفاده مي كنيم. در اين جا ترم ميرا را متناسب با ورودي شبكه P_j قرار مي‌دهيم.

$$w_{ij}(k) = w_{ij}(k-1) + \alpha a_j(k) p_j(k) - \beta p_j(k) w_{ij}(k-1)$$

$$\alpha = \beta \quad \Rightarrow \quad w_{ij}(k) = w_{ij}(k-1) + \alpha(a_i(k) - w_{ij}(k-1)) p_j(k)$$

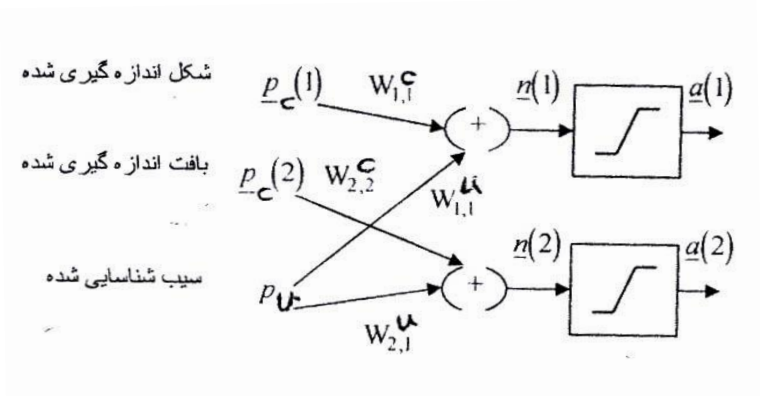
يادیگري زماني اتفاق مي‌افتد كه p_j مخالف ۰ باشد. وقتي كه يادگيري صورت گيرد، بردار $\underline{w}_j$ به سمت بردار خروجي ميل خواهد نمود:

$$\underline{w}_j(k) = \underline{w}_j(k-1) + \alpha.[\underline{a}(k) - \underline{w}_j(k-1)] P_j(k)$$

شبكه ساده بازيابي

- مثال

شبكه شكل زيررا در نظر بگيريد.
شبكه داراي دو ورودي است، بردار $\underline{p}_c$ به عنوان بردار محرك شرطي، معرف پاسخ سنسورها (مشخصات ميوه) بوده و p_u رويت يا عدم رويت سيب را نشان مي دهد. (محرك غيرشرطي)
خروجي شبكه بردار مشخصات ميوه را منعكس مي‌كند.



شکل (۵ -۱۰) شبکه بازیابی سیب

ماتريس وزني براي محرك غيرشرطي، W^u، برابر ماتريس واحد قرار داده مي‌شود تا هر مجموعه مشخصات $\underline{P}_u$) با مقادير (در خروجي ظاهر شود. ماتريس وزني براي محرك شرطي W^c در آغاز برابر ۰ قرار داده مي‌شود. بطوري كه اگر $P_u = ۱$ باشد، پاسخي در شبكه ظاهر نشود ماتريس W^c مطابق رابطه زير تنظيم مي شود:

$$w^c_{j,1}(k) = w^c_{j,1}(k-1) + \left[\underline{a}_j(k) - w^c_{j,1}(k-1)\right] p_c(k),\ j = 1,2$$

شبكه ساده بازيابي

- ادامه ی مثال

$$W^c(٠) = \begin{bmatrix} ٠ \\ ٠ \end{bmatrix} \text{ و } W^u = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$$

- مجموعه داده‌هاي يادگيري، شامل ارائه مكرر علامت رويت و بردار مشخصات سيب هستند.

بردار مشخصات سيب را به صورت $\underline{P}_c = [١ \quad ١]^T$ در نظر مي‌گيريم فرض مي‌كنيم بردار تكرارهاي زوج اندازه‌گيري مشخصات ميوه صحيح عمل مي كند. به عبارتي:

$$\left[\left(\underline{P}_c(١) = \begin{bmatrix} ٠ \\ ٠ \end{bmatrix} \text{ و } P_{\mathrm{u}}(١) = ١\right) \text{ و } \left(\underline{P}_c(٢) = \begin{bmatrix} ١ \\ ١ \end{bmatrix} . P_{\mathrm{u}}(٢) = ١\right) \text{ و } \ldots\right]$$

در تكرار اول (k=١) سيب رويت مي شود:

$$\underline{a}(١) = ssatl(\mathrm{w}^{\mathrm{u}}\, \underline{p}_u(١) + \mathrm{w}^{\mathrm{c}}\, p_c(١))$$

مشخصات صحيح موجود نيست وداريم:

$$= ssatl\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٠ \\ ٠ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٠ \\ ٠ \end{bmatrix}.١ = \begin{bmatrix} ٠ \\ ٠ \end{bmatrix} \quad W^c(1) = W^c(0) + \left(\underline{a}(1) - W^c(0)\right) p_c(1) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

شبكه ساده بازيابي

- ادامه ی مثال

- در تکرار دوم(k=۲) سيب رويت شده و بردار مشخصات هم صحيح است. بنابراين:

$$\underline{a}(۲) = ssatl\left(\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۰ \\ ۰ \end{bmatrix}.۱\right).\begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix} \quad W^{c}(2) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}\right) p_c(2) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- درتکرار سوم (k=۳) بردار مشخصات نادرست است، خروجي شبكه برابر است با:

$$\underline{a}(3) = ssatl\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}.1\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} W^{c}(3) = W^{c}(2) + \left(\underline{a}(3) - W^{c}(2)\right) p_c(3) \quad = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix} + ۰ \times ۱ = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix}$$

- بردار مشخصات در خروجي شبكه بازيابي شد. يعني هر زماني كه سيب رويت شود و بردار اندازه‌ها هم موجود نباشند، شبكه قادر به بازيابي بردار اندازه‌هاي سيب در خروجي خود خواهد بود.

شبكه ساده بازيابي

- نكات:
- ۱: گنجايش ذخيره سازي شبكه‌هاي خود انجمني نمي‌تواند بزرگتر از بعد شبكه گردد. اگر الگوها از هم مستقل آماري باشند، طبق قضيه حد مركزى داراي توزيع گوسي خواهد بود. همچنين در اين حالت مي‌توان از روش متعامد سازي گرام اشميت استفاده نمود و بردارهاي متعامدي با طول واحد ساخت و سپس شبكه حافظه انحمني را مورد استفاده قرار داد.
- ۲ : يك شبكه حافظه انجمني را مي‌توان به دو نوع مختلف ديگر، با نامهاي خطي و غيرخطي تقسيم نمود. واضح است كه اين تقسيم بندي به نوع تابع تبديل نرونهاي شبكه بستگي دارد. براي حالت خطي، در بخشهاي قبل ديديم كه رفتار شبكه‌هاي حافظه انجمني با معادله $\underline{a} = W\underline{P}$ توصيف مي‌شود. در حالت غيرخطي، رابطه ورودي ـ خروجي شبكه به شكل زير بيان مي شود:

$$\underline{a}(k+۱) = \underline{f}(W, \underline{a} و \underline{p}; k)$$

- شبكه هاپفيلد، جز دسته اخير از شبكه‌هاي حافظه انجمني قرار دارد، كه بعد تربطور گسترده مورد بررسي قرار مي‌گيرد.

شبکه های هاپفیلد

شبکه هاپفیلد گسسته

شبکه هاپفیلد گسسته

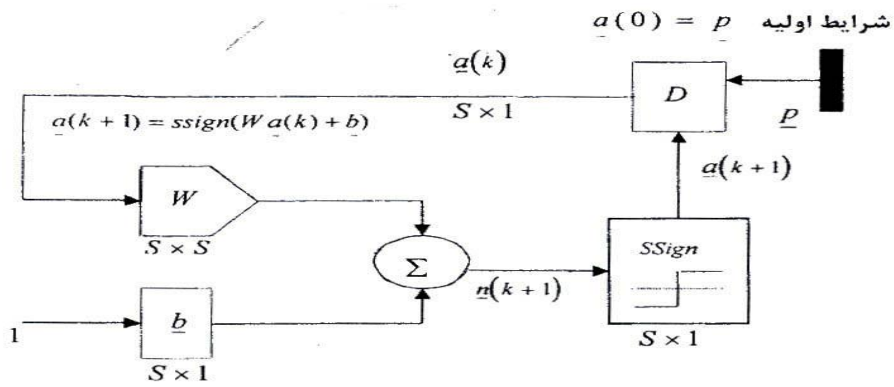
- شبكه هاپفيلد كه جز شبكه‌هاي حافظه انجمني است، جان هاپلفيد (۱۹۸۲).
- هاپفيلد محقق برجسته‌اي است كه رنسانسي در شبكه هاي عصبي ايجاد نمود. او با استفاده از تابع انرژي و توسعه تئوريك آن توانست شبكه هاپفيلد را با سيستمهاي ديناميكي فيزيكي مرتبط ساخته و از اين طريق بعضي از مسائل بهينه سازي را با شبكه‌هاي عصبي حل نمايد تعميم اين شبكه‌ها در بخش های بعدی ارائه مي‌گردد.

.

- شبکه هاپفیلد
  - گسسته (اجتماع نرونهاي كاملا مرتبط بهم) هر نرون مقاديري را در بازه $[-1\ 1]$ به عنوان ورودي دريافت مي كند. خروجي هر نرون هم در بازه $[-1\ 1]$ است.
  - پیوسته در ادامه توضیحات آورده می شود.

شبکه هاپفیلد گسسته

- شبکه هاپفیلد:



شکل (۵ -۱۱): بلوک دیاگرام شبکه‌هاپفیلد گسسته

- رابطه خروجي نرون:

$$\underline{a}(k+1) = ssign(W\,\underline{a}(k) + \underline{b})$$

$$\underline{a}(0) = \underline{p}$$

دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

شبکه هاپفیلد گسسته

- اختلاف شبكه ها پفيلد با ديگر شبكه‌ها : در شبكه هاپفيلد تمامي نرونها همانند يكديگر عمل مي كنند و تقسيم‌بندي نرونهاي ورودي و خروجي وجود ندارد.
- شبكه هاپفيلد، شبكه‌اي است كاملا برگشتي كه در آن خروجي هر نرون به ورودي تمام نرونهاي ديگر متصل است.
- پس از اعمال وروديها كه همگي به مجموعه $\{-1 \text{ و } 1\}$ متعلقند و به عبارتي $\underline{p} \in \{-1\,,\,1\}^{S\times 1}$ به شبكه، خروجي آن محاسبه شده و در قدم بعد به عنوان ورودي جديد به شبكه اعمال مي‌شود. اين امر آنقدر تكرار مي‌شود تا خروجي شبكه به يك نقطه ثابت همگرا شود.
- توجه داريم كه در اين جا شبكه به عنوان يك سيستم ديناميكي عمل مي‌كند و همگرايي يعني رسيدن پاسخ شبكه به جوابي كه بر اثرتكرار شبكه تغيير نمي كند و به عبارت ديگر گويند شبكه به حالت ماندگار خود رسيده است.

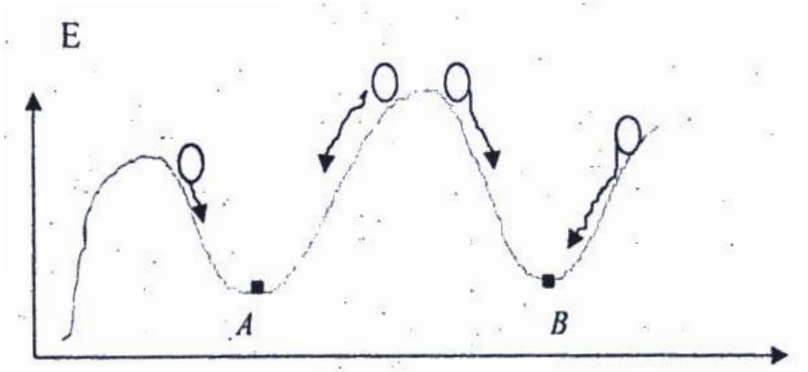
$$E(k) = -\underline{a}^T(k)\,W\,\underline{a}(k) - \underline{a}^T(k)I + \underline{a}^T(k)L$$

شبكه هاپفيلد گسسته

- نحوه عملكرد شبكه هاپفيلد
- تابع انرژي شبكه : با ملاحظه منحني تابع انرژي شبكه در مي‌يابيم كه اين منحني داراي حفره‌هايي است كه مي‌توانند به عنوان مكان ذخيره سازي الگوهاي شبكه مورد استفاده قرار گيرد. اين حفره‌ها در واقع نقاط جذب شبكه هستند. نقطه‌هاي جذب به بيان رياضي نقاط پايدار جانبي هستند و در شبكه هاپفيلد، نقاطي هستند كه شبكه به آنها همگرا مي‌شود.
- توصيف هندسي مساله همگرايي را با توجه به شكل اسلايد بعد بيان ميكنيم. نقطه ورودي كه وضعيت اوليه بردار حالت شبكه را مشخص مي‌كند به سمت كوچكترين ناحيه‌اي كه شامل يكي از حفره‌هاي جذب مي‌باشد نزديك مي شود و هنگامي كه داخل محوطه قرار گرفت از هر طرف كه حركت كند نقطه جذب آن را به سمت خود مي‌كشاند و نهايتا نقطه ورودي جذب حفره مي شود و در همان جا ايست خواهد نمود. چرا كه هرجاي ديگري در حول و حوش آن نقطه داراي سطح شيب مثبت (جهتگیری به طرف بالا) است.

شبکه هاپفيلد گسسته

- نحوه عملکرد شبکه هاپفيلد



شکل (۵-۱۲): تابع انرژی شبکه با یک نرون که در آن A و B نقاط جذب شبکه اند

- **نکته :** براي شبکه هاپفيلد، قدمهاي بينابين که به نقاط جذب منتهي مي‌شوند از قبل مشخص نيستند. از اين رو احتياج است که اطلاعات موثر بيشتري علاوه بر ساختار شبکه در اختيار باشد. اين اطلاعات در شاخصي به نام تابع معيار انرژي خلاصه مي شود. فرم کلي تابع انرژي شبکه هاپفيلد به صورت زير است:

$$E(k) = -\underline{a}^T(k)\,W\,\underline{a}(k) - \underline{a}^T(k)I + \underline{a}^T(k)L$$

شبکه هاپفیلد گسسته

- نحوه عملکرد شبکه هاپفیلد

$$\underline{a} = [a_1, \ldots, a_s]^T \quad W = [W_{ij}]_{s \times s}$$

- I_i : مقدار آستانه نرون iام

$$L = [1_1, \ldots, 1_s]$$

- بردار ورودي و يا بردار حالت شبکه در لحظه اوليه:

$$I = [I_1, \ldots, I_s]^T$$

- a_i خروجی نرون ام است.

w_{ij} وزنه اتصالی بین گره های i, j است.

وزنه‌هاي w_{ij} شامل اطلاعات مربوط به الگوها هستند و به همين خاطر به آنها وزن‌هاي حافظه‌اي مي‌گويند. به عبارت ديگر همه الگوها در تابع معيار انرژي منظور شده‌اند. در شبکه هاپفيلد كلاسيك ارتباطاي بين نرونها متقارن است.

يعني $w_{ij} = w_{ji}$ و نرونها به خودشان متصل نمي‌شوند.

شبكه هاپفيلد گسسته

- ذخيره سازي الگو
- جهت ذخيره سازي يك الگو، لازم است كه مقدار تابع انرژي در نقطه متناظر با بردار الگو، حداقل باشد به عبارت ديگر هريك از الگوهاي مورد نظر يك نقطه حداقل را در منحني تابع انرژي شبكه هاپفيلد اشغال مي‌كند.
- درهمين حال مايليم كه در صورت ذخيره سازي الگوهاي جديد، الگوهاي قبلي به عنوان نقاط حداقل محلي، دستخوش تغيير نگردند. نظر بر اين كه ماتريس وزن شامل اطلاعاتي درباره الگوهاي ذخيره شده است، مي‌خواهيم اين ماتريس را به نحوي محاسبه نماييم كه مقدار حداقل تابع انرژي را در نقاط متناظر با الگوها به همراه داشته باشد.
- به زبان رياضي مايليم كه تابع انرژي براي يك مجموعه از الگوهاي خاص كه هريك داراي s عنصر به صورت $\underline{P} \in \{-1,1\}^{S\times 1}$ هستند، حداقل گردد.
- نظر به اينكه ماتريس حافظه را مي توانيم بطور تكراري به دست آوريم:

$$W^k = W^{k-1} + f(\underline{p}^q)$$

شبکه هاپفيلد گسسته

- **ذخيره سازي الگو**
- که در اين جا f تابعي است از الگوي $\underline{p}^q$. تابع انرژي را مي‌توان براي هر الگوي $\underline{p}^q$ به دو بخش زير تقسيم نمود:
- بطوري که $E_q(k)$ انرژي است که با در نظر گرفتن الگوي $\underline{p}^q$ به دست مي‌آيد. اين تاثير بايد خود را در ماتريس w نشان دهد.
- با فرض $\underline{b}=\underline{0}$,$\underline{I}=\underline{0}$ تابع معيار انرژي را به صورت زير مي‌نويسم:

$$\mathrm{E(k)} = -\sum_{\mathrm{i}}\sum_{\mathrm{j}} w_{ij}^{k-1} a_i(k) a_j(k) - \sum_{\mathrm{i}}\sum_{\mathrm{j}} w_{ij}^{q} a_i(k) a_j(k)$$

- ترم اول را $E_{\tilde{q}}(k)$ و ترم دوم را $E_q(k)$مي ناميم. چون مي‌خواهيم براي هر الگوي q , E(k) حداقل شود، در اين صورت تنها قادر به تاثير گذاري روي w_{ij}^q هستيم. زيرا ترم اول بستگي به الگوي قبلي دارد که از دسترس خارج است. حداقل کردن E(k) معادل است با حداکثر کردن $-E_q(k)$.
- با در نظر گرفتن $E_q(k)$ که عبارت است از :

$$-E_q(k) = \sum_{\mathrm{i}}\sum_{\mathrm{j}} w_{ij}^{q} a_i(k) a_j(k)$$

شبکه هاپفیلد گسسته

- ذخيره سازي الگو

- هدف :براي الگوي $\underline{p}^q=\left[p_1^q \dots p_S^q\right]^T$ پارامترهاي w_{ij}^q طوري پيدا شود كه عبارت فوق حداكثر شود.
يعني $-E_q$ را حداكثر كنيم.

$$-E_q=\sum_{i}\sum_{j} w_{ij}^q p_i^q p_j^q$$

-

- چون $p_i^q \in \{-1,1\}$ مي‌باشد، شرط كافي براي حداكثر شدن عبارت فوق اين است كه $w_{ij}^q p_i^q p_j^q = ١$ و يا به عبارتي $w_{ij}^q = p_i^q p_j^q$ شود. اگر اين نتيجه را به تمامي الگوهاي Q,..., q=1) در اين جا فرض كرديم كه مايليم Q الگو را ذخيره نماييم) تعميم دهيم، عناصر ماتريس حافظه w را مي‌توان مطابق رابطه زير بدست آورد.

$$w_{ij}=\sum_{q=1}^{Q} w_{ij}^q=\sum_{q=1}^{Q} p_i^q p_j^q$$

دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

شبکه هاپفیلد گسسته

- **الگوریتم هاپفیلد گسسته**

- **مرحله اول:** مقدار اولیه شبکه را با ورودي مشخص مي‌کنيم:
- $\underline{a}(\cdot) = \underline{p}$ و $\underline{p} \in \{-1,1\}^{s\times 1}$
- **مرحله دوم :** محاسبه عناصر ماتريس حافظه به صورت:

$$w_{ij} = \sum_{q=۱}^{Q} p_i^q p_j^q \qquad i, j = ۱,۲,\ldots\ldots,\mathrm{S}$$

- **مرحله سوم :** تکرار فرمول زير تا حصول همگرايي :

$$a_i(k+1) = ssign\left(\sum_{j=1}^{S} w_{ij} a_j(k)\right), \; i = 1,\ldots,S$$

شبکه هاپفيلد گسسته

- **بازيابي اطلاعات**
- فرض کنيد که مي‌خواهيم مجموعه الگوي باينري $\{\underline{p}^1,\dots,\ \underline{p}^Q\}$ را پس از ذخيره سازي بازيابي کنيم. بطوري که $\underline{p}^i \in \{-1\ ,\ 1\}^{s\times 1}$ و اين که مي‌دانيم:

$$n_i(k) = \sum_{j=1}^{S} w_{ij} a_j(k) + b_i \qquad i = 1,\dots\dots,S$$

$$a_i(k) = \begin{cases} 1 & n_i > l_i \\ n_i & n_i = l_i \\ -1 & n_i < l_i \end{cases}$$

- تابع انرژي به شکل زير تعريف مي‌شود:

$$E(k) = -\sum_{\mathrm{i}}\sum_{\mathrm{j}} a_i(k) w_{ij} a_j(k) - \sum_{\mathrm{i}} b_i a_i(k) + \sum_{\mathrm{i}} l_i a_i(k)$$

- **قضيه :** هر تغييري در $\underline{a}$ در خلال پردازش موجب کاهش E خواهد شد.

دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

شبکه هاپفیلد گسسته

- **بازيابي اطلاعات**
- نتيجه از قضيه: هر تغييري كه توسط توابع غيرخطي ssign بر روي خروجي نرونها صورت گيرد، منجر به كاهش مقدار تابع انرژي خود خواهد شد.
- به عبارتي اين شبكه همانند روش كاهش گراديان در فضاي E عمل مي‌كند. وعملكرد آن باعث ارزيابي الگوي مورد نظر مي‌گردد.
- در اين جا متغيرهاي حالت شبكه هاپفيلد، در هر تكرار در حوزه زمان كه منجر به تغيير مقدارشان مي شود، باعث كاهش يافتن مقدار تابع انرژي E مي‌گردند و اين كاهش آن قدر ادامه مي‌يابد تا ديگر در تكراري جديد، تغييري در بردار حالت شبكه ايجاد نشود. (حالت ماندگارشبكه)
- الگوي تشكيل شده از متغيرهاي حالت ماندگار، عموما متناظر با يكي از الگوهاي ذخيره شده مي‌گردد و بدين خاطر گويند كه الگوها بازيابي شده‌اند.

دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

شبكه هاپفيلد گسسته

- خلاصه
- در شبكه هاپفيلد: الگوهاي ورودي توسط بردارهايي نمايندگي مي شوند كه تابع انرژي در آن نقاط حداقل مي‌شود. (الگوها نقاط پايدار مجانبي شبكه را تشكيل مي‌دهند). (اكر يك بردار نامشخص همانند $\underline{p}$ به عنوان ورودي به شبكه اعمال شود $(\hat{\underline{p}} = \underline{p} + \Delta p)$ بطوري كه $\underline{p}$ يكي از بردارهاي ذخيره شده باشد، آنگاه شبكه هاپفيلد وقتي به بردار الگوي $\underline{p}$ همگرا خواهد شد كه Δp به اندازه كافي كوچك باشد.)
- مشكلات پياده سازي شبكه‌هاي حافظه انجمني توسط شبكه هاپفيلد:
- ۱- شبكه هاپفيلد ممكن است به نقاطي همگرا شود كه جزء هيچ يك از الگوهاي مطلوب نباشد. به عبارت ديگر شبكه ممكن است به الگوهاي ناخواسته و نامطلوب همگرا شود.
- ۲- با تخصيص الگوهاي مطلوب به نقاط جذب تابع انرژي، دامنه نواحي شامل اين نقاط بايد به نحوي كنترل شود.
- براي طراحي شبكه‌هاي عصبي كه بتوانند در زمينه عمل حافظه انجمني مفيد باشند به شناخت كاملي از سيستم‌هاي ديناميكي با ابعاد وسيع و پايداري آنها نيازمنديم.

شبكه هاپفيلد گسسته

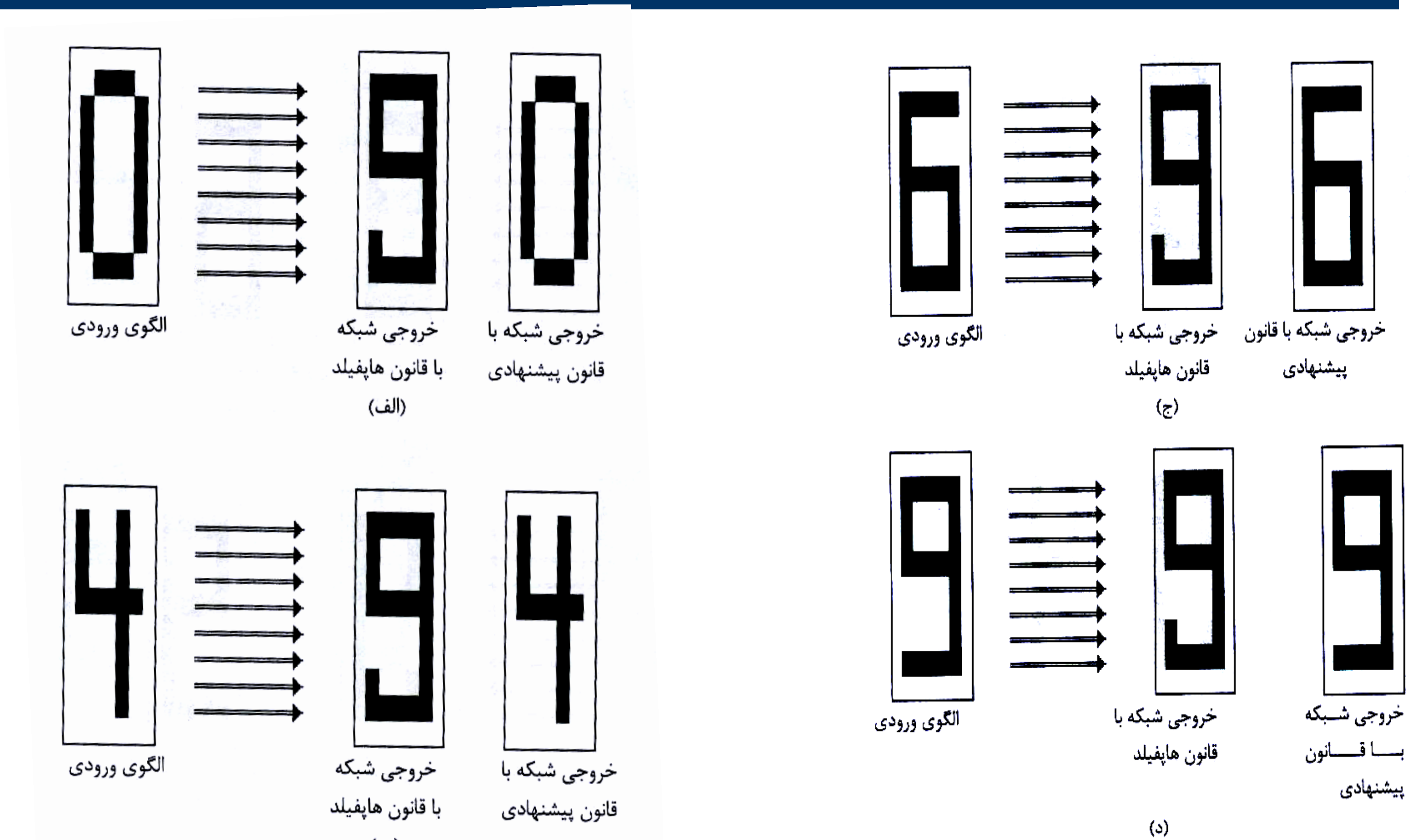
- روش نويني براي ذخيره سازي الگو
- سنتز جديدي براي ذخيره سازي الگوها.(مهندس نويد سيفي پور ١٣٧٥)
- تابع انرژي ذكر شده در بخش قبلی با روش جديد نيز سازگار است و مي‌تواند الگوها را در نقاط حداقل انرژي خود ذخيره كند. نشان داده شده است كه اين روش جهت سنتز شبكه هاپفيلد در مقايسه با قانون هاپفيلد از حجم بيشتر ذخيره‌سازي اطلاعات و سرعت همگرايي بالاتر برخوردار باشد.
- روش جديد با روابط زير خلاصه مي‌گردد: $t_{ij}=\prod_{s=1}^{L}(a_i^s+a_j^s),\quad W=T^{T}T,\ T=\left[t_{ij}\right],W=\left[w_{ij}\right]$
-
- ماتريس W حافظه انجمني جديد بوده و ماتريس sparse مي‌باشد.

- **قضيه :** هر تغييري در a در خلال پردازش موجب كاهش E به اندازه $\Delta E=-2\Delta a_k\sum_i a_i w_{ik}$ خواهد شد.

شبكه هاپفيلد گسسته

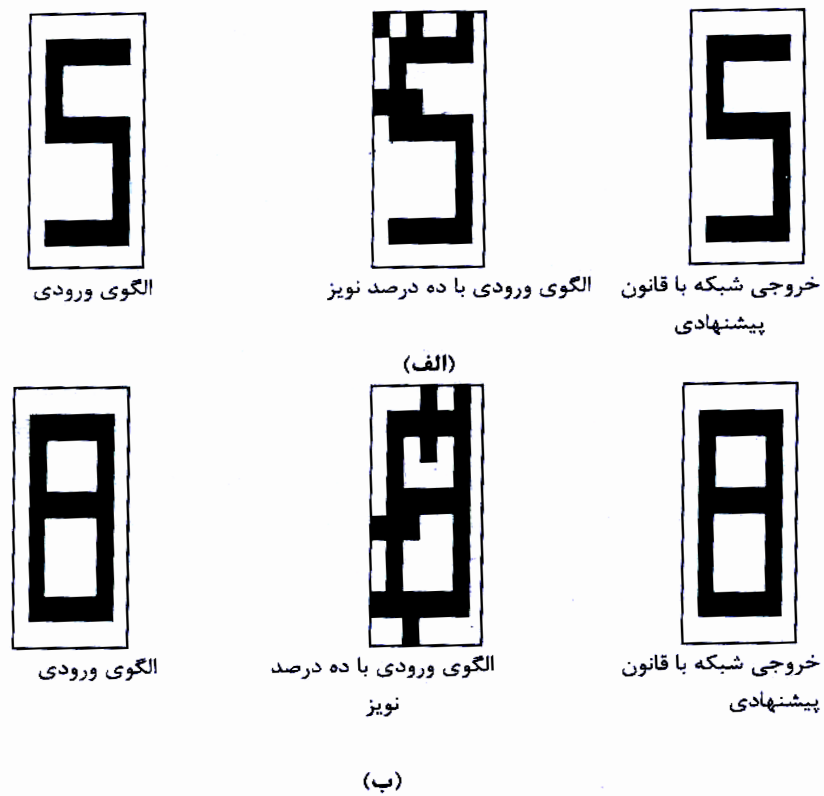
- روش نويني براي ذخيره سازي الگو
- **قضيه:** هر تغييري در a در خلال پردازش موجب كاهش E به ميزان $\Delta E = -\varepsilon\, \Delta a_k \sum_j a_j w_{kj}$ خواهد شد.
- **مثال:**
- در اين مثال اعداد ۰ الي ۹ مورد بررسي قرار ميگيرند. قرار است كه اين اعداد توسط شبكه هاپفيلد ذخيره و بازيابي شوند. براي اين كار هم قانون جديد و هم قانون كلاسيك هاپفيلد مورد استفاده قرار ميگيرند.
- هدف : بررسي و مقايسه عملكرد دو قانون ميباشد. با مشاهده شكلهاي اسلايد بعد، براحتي ميبينيم كه قانون كلاسيك هاپفيلد در شناسايي اين اعداد به مراتب از خطاي بيشتري برخوردار مي باشد. شبكه هاپفيلد با استفاده از اين قانون تمامي اعداد را به عنوان عدد ۹ بازيابي مي نمايد، در حالي كه قانون پيشنهادي ما تمامي الگوهاي ورودي را حتي با ده درصد نويز بدرستي شناسايي ميكند. در مورد گنجايش ذخيره سازي قانون جديد و قانون كلاسيك هاپفيلد و دلايل تئوريك برتري قانون پيشنهادي به تفصيل در جلد دوم كتاب شبكههاي عصبي بحث خواهد شد.

شبکه هاپفیلد گسسته



شکل (۵-۱۳): بهبود شبکه هاپفیلد با قانون پیشنهادی

شبکه هاپفیلد گسسته



شکل (۵-۱۴): بهبود شبکه هاپفیلد با قانون پیشنهادی برای ورودی با ۱۰٪ نویز

از توجه شما

متشکرم