تکنیک VIKOR
راه حل توافقی و بهینه سازی چند معیاره

ارائه دهنده: افسانه بیجاری، حمیده نقاده

استاد: دکتر ابطحی

پاییز ۱۳۹۱

فهرست مطالب

- مقدمه ای از روش
- برنامه ریزی سازشی
- تکنیک ویکور
- مثال
- تفاوت تکنیک های تاپسیس و و یکور

- عبارت صربستانی

VIseKriterijumska Optimizacija I Kompromisno Resenje

- معادل انگلیسی

Multi-criteria optimization and compromise solution

مقدمه

- روش VIKORیک روش تصمیم گیری چند معیاره برای حل یک مسأله ی تصمیم گیری گسسته با معیارهای نامتناسب (واحدهای اندازه گیری مختلف) و متعارض توسط اپروکویک و تزنگ ایجاد شده است.

مقدمه

- هدف: تمرکز بر رتبه بندی و انتخاب از بین یک مجموعه از آلترناتیو-ها در مسأله ای با معیارهای متعارض

- یک **لیست رتبه بندی توافقی** + یک یا چند **راه حل توافقی**

مقدمه

- راه حل **توافقی** یک راه حل **شدنی** است که نزدیک ترین راه حل به راه حل ایده آل است.
- منظور از **توافق** یا **سازش** جوابی است که براساس توافق متقابل بین معیارها حاصل می شود.

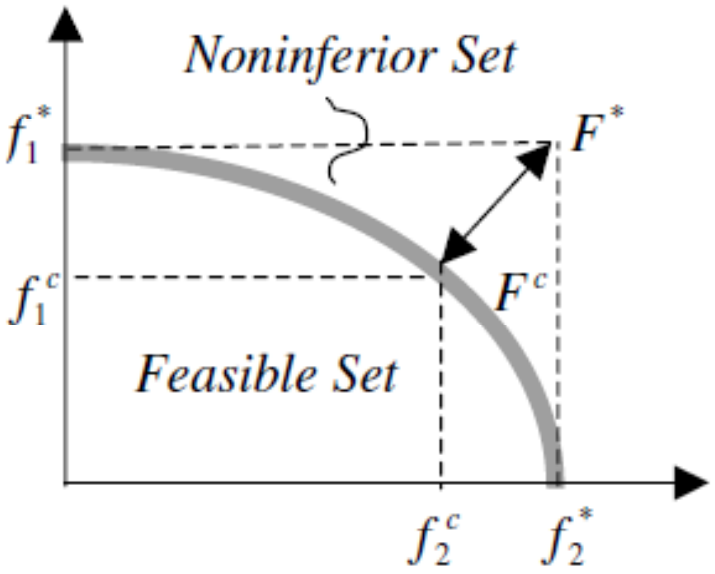


Fig. 1. Ideal and compromise solutions.

- مبنای روش ویکور برگرفته از روش برنامه ریزی سازشی است.

روش برنامه ریزی سازشی (Compromise Programming)

- رویکردهای اصلی برای تصمیم گیری، شامل تئوری مطلوبیت هستند.

- مبنای روش، حداقل نمودن بردار ارزیابی آلترناتیوها از نقطه ایده آل مثبت است:

1. محاسبه ی یک فاصله ترکیبی با فرمول خاص، برای هر آلترناتیو
2. راه حل ارجح : آلترناتیوی که کوچکترین فاصله ترکیبی را دارد

برنامه ریزی سازشی(ادامه)

$$L_{p,i} = \left\{ \sum_{j=1}^{n} \left[\mu_j \times \frac{(f_j^* - f_{ij})}{(f_j^* - f_j^-)} \right]^p \right\}^{1/p}$$

$$1 \le p \le +\infty \quad i = 1, 2, \ldots, m$$

f_j^* : بهترین مقدار برای معیار jام

f_j^- : بدترین مقدار برای معیار jام

مراحل تکنیک ویکور

- مراحل روش، در یک مسأله تصمیم گیری چندمعیاره، با n معیار و m آلترناتیو به شرح ذیل است:

1. تشکیل ماتریس تصمیم
2. تعیین بردار وزن معیارها
3. تعیین نقطه ایده آل مثبت و ایده آل منفی
4. محاسبه مقدار سودمندی(S) و مقدار تأسف(R) برای هرگزینه
5. محاسبه شاخص ویکور(Q) برای هرگزینه
6. مرتب کردن گزینه ها بر اساس مقادیر S، R و Q

تشکیل ماتریس تصمیم

- با توجه به ارزیابی همه آلترناتیوها برای معیارهای مختلف ماتریس تصمیم به صورت زیر تشکیل می شود:

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{m1} & x_{m1} & \cdots & x_{mn} \end{bmatrix}$$

- x_{ij} عملکرد آلترناتیو i-ام در رابطه با معیار j-ام است.

تعیین بردار وزن معیارها

- در این مرحله با توجه به ضریب اهمیت معیارهای مختلف در تصمیم گیری، با استفاده از روشهایی مانند آنتروپی یا AHP و ... بردار وزن تعریف می شود:

$$W = [w_1, w_2, \cdots, w_n]$$

تعیین نقطه ایده آل مثبت و منفی

- برای هر معیار، بهترین و بدترینِ هریک را در میان همه گزینه ها تعیین کرده و به ترتیب f_j^* و f_j^- می نامیم.
(دراینجا فرض شده که f_j از جنس سود است)

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{m1} & x_{m1} & \cdots & x_{mn} \end{bmatrix}$$

$$f_j^* = Max\ f_{ij}$$

$$i = 1,2,...,m\ ,\ j = 1,2,...,n$$

$$f_j^- = Min\ f_{ij}$$

تعیین نقطه ایده آل مثبت و منفی (ادامه)

- f_j^* بهترین مقدار برای معیار j-ام
- f_j^- بدترین مقدار برای معیار j-ام

- اگر تمامی f_j^* را به هم پیوند بزنیم یک ترکیب بهینه با بیشترین امتیاز خواهد داد **(نقطه ایده آل مثبت)** و در مورد f_j^- نیز بدترین امتیاز **(نقطه ایده آل منفی)**

محاسبه مقدار سودمندی و تأسف معیارها

$$L_{1,i} = S_i = \sum_{j=1}^{n} w_j \times \frac{f_j^* - f_{ij}}{f_j^* - f_j^-}$$

$$L_{\infty,i} = R_i = Max \left\{ w_j \times \frac{f_j^* - f_{ij}}{f_j^* - f_j^-} \right\}$$

محاسبه مقدار سودمندی و مقدار تأسف(ادامه)

- که S_i بیانگر فاصله نسبی گزینه iام از راه حل ایده آل مثبت (بهترین ترکیب) و R_i بیانگر حداکثر ناراحتی گزینه iام از دوری از راه حل ایده آل مثبت می باشد.

محاسبه شاخص ویکور

- برای هر گزینه شاخص ویکور با رابطه زیر محاسبه می شود:

$$Q_i = v\left[\frac{S_i - S^*}{S^- - S^*}\right] + (1-v)\left[\frac{R_i - R^*}{R^- - R^*}\right]$$

$$S^- = \underset{i}{Max}\, S_i, \quad S^* = \underset{i}{Min}\, S_i$$

$$R^- = \underset{i}{Max}\, R_i, \quad R^* = \underset{i}{Min}\, R_i$$

- V $(\in[0,1])$ وزن برای استراتژی ماکسیمم مطلوبیت گروهی است.

رتبه بندی آلترناتیوها

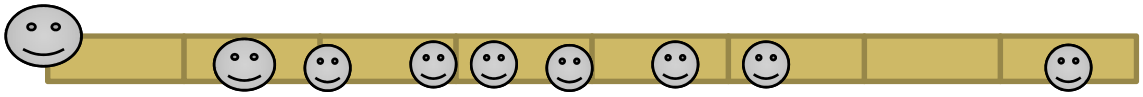
- آلترناتیوها بر اساس مقادیر S و R و Q و بصورت نزولی مرتب می شوند.

- آلترناتیو a' به عنوان یک حل توافقی بگونه ای که با توجه به مقدارQ (مینیمم) و با در نظر گرفتن دو شرط زیر، به عنوان بهترین، رتبه بندی شده است پیشنهاد می شود.

پیشنهاد راه حل توافقی

- شرط اول: **مزیت قابل قبول**

$$Q(a'') - Q(a') >= \frac{1}{i-1}, \quad i : number\ of\ alternatives$$



- a" آلترناتیو با موقعیت دوم در لیست رتبه بندی Q

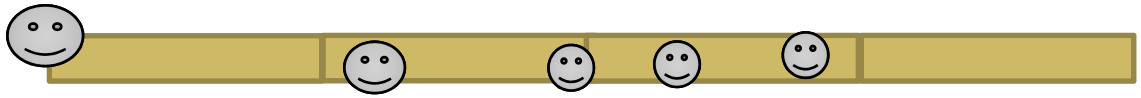
پیشنهاد راه حل توافقی(ادامه)

- شرط دوم: **ثبات قابل قبول در تصمیم گیری**
- آلترناتیو a' همچنین باید دارای بالاترین رتبه در لیست رتبه بندی S یا R یا هردو باشد.
- چنین حل توافقی در فرایند تصمیم گیری ثابت باقی می ماند.

پیشنهاد راه حل توافقی(ادامه)

- اگر یکی از دو شرط برقرار نشود، مجموعه ای از راه حلهای توافقی پیشنهاد می گردد:

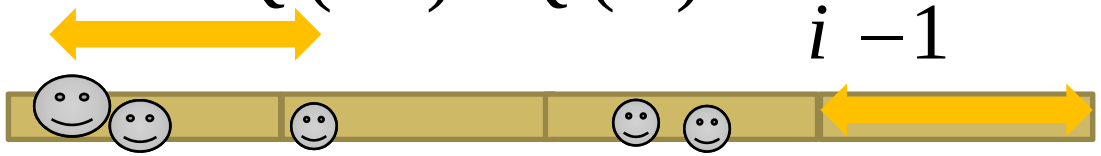
ا. آلترناتیوهای a'' و a'، اگر فقط شرط دوم برقرار نباشد.



ا. آلترناتیوهای $a^m,...,a''',a'',a'$ اگر شرط اول برقرار نباشد.

a_m به کمک رابطه زیر برای بیشترین مقدار m تعیین می شود:

$$Q(a^m) - Q(a') < \frac{1}{i-1}$$



مثالی از به کارگیری روش ویکور

- در یک مسأله تصمیم گیری با ۴ گزینه و ۱۶معیار، نتایج ارزیابی گزینه ها برای معیارهای مختلف به شرح جدول زیر است:

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15	C16
A1	66	79	63	75	70	78	70	78	58	82	56	83	74	59	76	66
A2	70	72	72	68	69	72	74	72	67	68	57	75	72	66	77	69
A3	79	72	72	75	75	75	77	73	72	70	67	75	75	67	77	69
A4	77	70	74	71	77	74	79	80	75	67	63	70	74	70	80	65

مثال(ادامه)

- بردار وزن معیارها عبارتست از:

$$W = [0.075, 0.037, 0.044, 0.059, 0.074, 0.042, 0.095, 0.053, 0.055, 0.068, 0.067, 0.098, 0.067, 0.045, 0.086, 0.037]$$

- جهت وضوح بیشتر:

$$W = \begin{bmatrix} 0.075, 0.037, 0.044, 0.059, \\ 0.074, 0.042, 0.095, 0.053, \\ 0.055, 0.068, 0.067, 0.098, \\ 0.067, 0.045, 0.086, 0.037 \end{bmatrix}$$

تعیین بهترین مقدار برای معیارهای مختلف

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15	C16
A1	66	**79**	63	75	70	**78**	70	78	58	**82**	56	**83**	74	59	76	66
A2	70	72	72	68	69	72	74	72	67	68	57	75	72	66	77	**69**
A3	**79**	72	72	**75**	75	75	77	73	72	70	**67**	75	**75**	67	77	69
A4	77	70	**74**	71	**77**	74	**79**	**80**	**75**	67	63	70	74	**70**	**80**	65

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15	C16
f^*_j	**79**	**79**	**74**	**75**	**77**	**78**	**79**	**80**	**75**	**82**	**67**	**83**	**75**	**70**	**80**	**69**

تعیین بدترین مقدار برای معیارهای مختلف

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15	C16
A1	**66**	79	**63**	75	70	78	**70**	78	**58**	82	**56**	83	74	**59**	**76**	66
A2	70	72	72	**68**	**69**	**72**	74	**72**	67	68	57	75	**72**	66	77	69
A3	79	72	72	75	75	75	77	73	72	70	67	75	75	67	77	69
A4	77	**70**	74	71	77	74	79	80	75	**67**	63	**70**	74	70	80	**65**

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15	C16
f^-_j	**66**	**70**	**63**	**68**	**69**	**72**	**70**	**72**	**58**	**67**	**56**	**70**	**72**	**59**	**76**	**65**

تعیین مقدار شاخص سودمندی برای گزینه A_1

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15	C16
A1	66	79	63	75	70	78	70	78	58	82	56	83	74	59	76	66
f^*_j	79	79	74	75	77	78	79	80	75	82	67	83	75	70	80	69
f^-_j	66	70	63	68	69	72	70	72	58	67	56	70	72	59	76	65

$$S1 = 0.075\times\frac{79-66}{79-66}+0.037\times\frac{79-79}{79-70}+0.044\times\frac{74-63}{74-63}+0.059\times\frac{75-75}{75-68}+0.074\times\frac{77-70}{77-69}$$

$$+0.042\times\frac{78-78}{78-72}+0.095\times\frac{79-70}{79-70}+0.053\times\frac{80-78}{80-72}+0.055\times\frac{75-58}{75-58}+0.068\times\frac{82-82}{82-67}$$

$$+0.067\times\frac{67-56}{67-56}+0.098\times\frac{83-83}{83-70}+0.067\times\frac{75-74}{75-72}+0.045\times\frac{70-59}{70-59}+0.086\times\frac{80-76}{80-76}$$

$$+0.037\times\frac{69-66}{69-65}=0.075+0+0.044+0+0.06475+0+0.095+0.01325+0.055+0+$$

$$0.067+0+0.02233+0.045+0.086+0.02775$$

$$=0.0595$$

تعیین مقدار شاخص تأسف برای گزینه A_1

$$R_1 = Max \begin{Bmatrix} 0.075,\ 0,\ 0.044,\ 0,\ 0.06475, \\ 0,\ 0.095,\ 0.01325,\ 0.055,\ 0, \\ 0.067,\ 0,\ 0.02233,\ 0.045, \\ 0.086,\ 0.02775 \end{Bmatrix} = 0.095$$

به طریق مشابه، مقادیر شاخص سودمندی و تأسف را برای سایر گزینه ها می یابیم:

آلترناتیو	شاخص سودمندی S	شاخص تأسف R
A_1	0.595	0.095
A_2	0.756	0.074
A_3	0.366	0.065
A_4	0.360	0.098

$S^- = 0.756$ $R^- = 0.098$

$S^* = 0.360$ $R^* = 0.065$

مقدار شاخص ویکور به ازای v=0.5 برای گزینه های مختلف به صورت زیر است:

$$Q_i = v\left[\frac{S_i - S^*}{S^- - S^*}\right] + (1-v)\left[\frac{R_i - R^*}{R^- - R^*}\right]$$

$$Q_1 = 0.5 \times \frac{0.595 - 0.36}{0.756 - 0.36} + (1 - 0.5) \times \frac{0.095 - 0.065}{0.098 - 0.065} = 0.752$$

$$Q_2 = 0.5 \times \frac{0.756 - 0.36}{0.756 - 0.36} + (1 - 0.5) \times \frac{0.0745 - 0.065}{0.098 - 0.065} = 0.642$$

$$Q_3 = 0.5 \times \frac{0.366 - 0.36}{0.756 - 0.36} + (1 - 0.5) \times \frac{0.065 - 0.065}{0.098 - 0.065} = 0.008$$

$$Q_4 = 0.5 \times \frac{0.36 - 0.36}{0.756 - 0.36} + (1 - 0.5) \times \frac{0.098 - 0.065}{0.098 - 0.065} = 0.5$$

رتبه بندی بر اساس شاخص ها

براساس مقدار Q		براساس مقدار R		بر اساس مقدار S	
0.752	A1	0.098	A4	0.756	A2
0.642	A2	0.095	A1	0.595	A1
0.500	A4	0.074	A2	0.366	A3
0.008	A3	0.065	A3	0.360	A4

$$Q(A_4) - Q(A_3) = 0.5 - 0.008 > \frac{1}{4-1} \quad \Rightarrow \quad 0.492 >= \frac{1}{3}$$

تفاوت های روش تاپسیس و ویکور

- هر دو از تابع تجمعی که فاصله از ایده آل(ها) را بازنمایی می کند استفاده میکنند.
- ویکور از L_1 و L_∞ استفاده می کند و تاپسیس از L_2

$$D_j^* = \sqrt[2]{\sum_{i=1}^{n}(v_{ij} - v^*)^2}, \quad D_j^- = \sqrt[2]{\sum_{i=1}^{n}(v_{ij} - v^-)^2},$$

$$C_j^* = \frac{D_j^-}{D_j^- + D_j^*}$$

تفاوت های روش تاپسیس و ویکور

- تاپسیس اهمیت نسبی فواصل از ایده آل مثبت و منفی را در نظر نمی گیرد. به همین دلیل بهترین راه حل در تاپسیس همیشه و لزوماً نزدیکترین راه حل به حالت ایده آل مثبت نمی باشد.

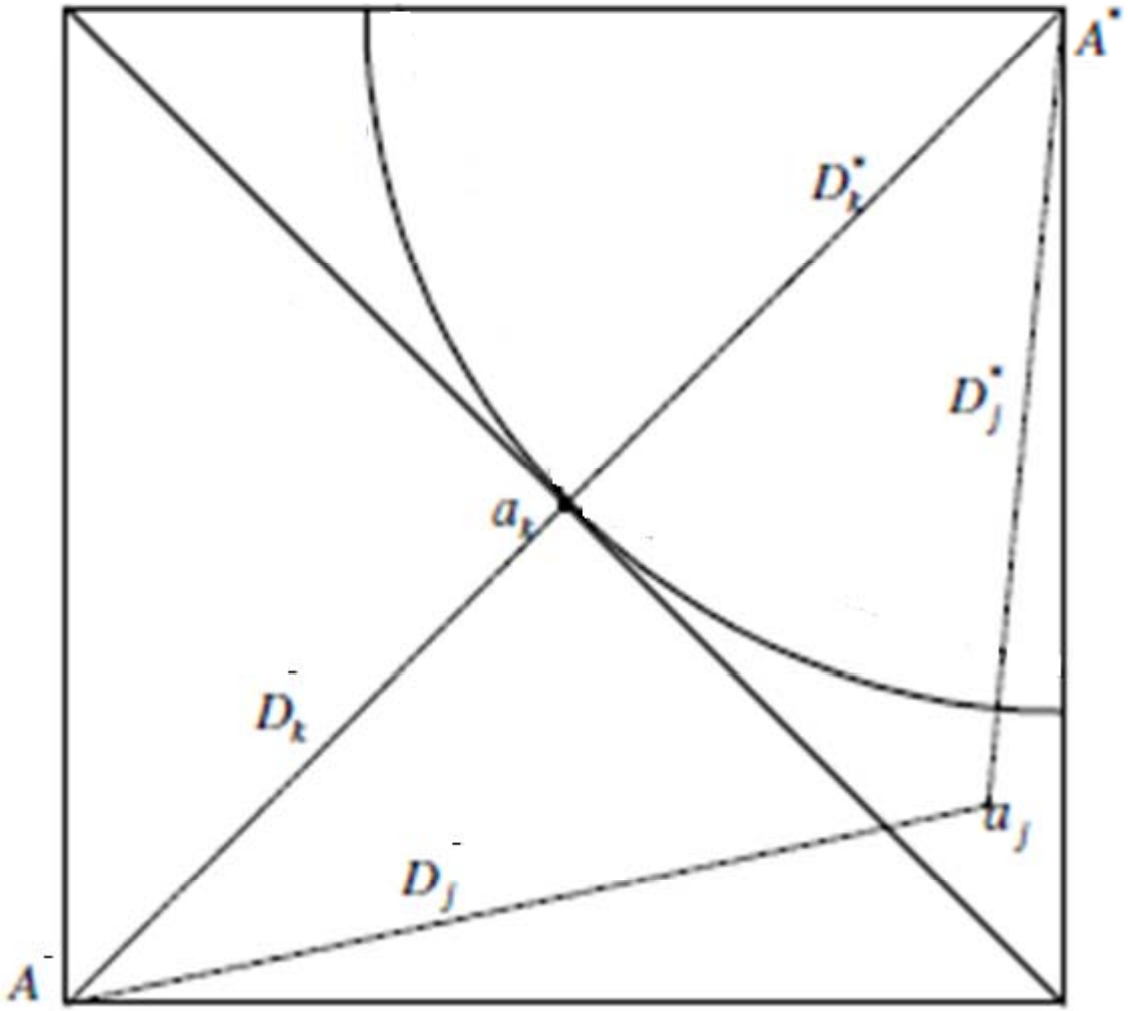
- در روش ویکور راه حل توافقی، همیشه نزدیکترین گزینه تا ایده آل است.(وجود ضریب V)

تفاوت های روش تاپسیس و ویکور(ادامه)

$$C_j^* = \frac{D_j^-}{D_j^- + D_j^*} \quad > \quad C_k^* = \frac{D_k^-}{D_k^- + D_k^*}$$

1) $D_j^* < D_k^* \quad and \quad D_j^- > D_k^-$

2) $D_j^* > D_k^* \quad and \quad D_j^- > D_k^- \quad but \quad \frac{D_j^*}{D_j^-} < \frac{D_k^*}{D_k^-}$



$$D_k^* = D_k^- \Rightarrow$$

$$C_k^* = \frac{D_k^-}{D_k^- + D_k^*} = \frac{1}{2}$$

$$D_j^* > D_k^*$$

$$D_j^- > D_k^-$$

$$\frac{D_j^*}{D_j^-} < (\frac{D_k^*}{D_k^-} == 1)$$

تفاوت در روش نرمالسازی

- ویکور از نرمالسازی خطی استفاده میکند و لذا مقادیر نرمال شده در روش ویکور به واحد اندازه گیری معیارها وابسته نیستند.

- تاپسیس از نرمالسازی برداری استفاده میکند و ممکن است که مقادیر نرمال شده به واحد اندازه گیری معیارها وابسته باشد.

(اثبات برای ویکور):

f, φ دو واحد اندازه گیری متفاوت برای ۱معیار دلخواه هستند.

$$\varphi_{ij} = \alpha f_{ij} + \beta,\ \alpha > 0$$

$$d_{ij}(\varphi) = \frac{\varphi_i^* - \varphi_{ij}}{\varphi_i^* - \varphi_i^-} \Rightarrow \frac{(\alpha f_i^* + \beta) - (\alpha f_{ij} + \beta)}{(\alpha f_i^* + \beta) - (\alpha f_i^- + \beta)}$$

$$= \frac{\alpha f_i^* - \alpha f_{ij}}{\alpha f_i^* - \alpha f_i^-} = \frac{f_i^* - f_{ij}}{f_i^* - f_i^-} = d_{ij}(f)$$

$$\Rightarrow d_{ij}(f) = d_{ij}(\varphi)$$

(اثبات برای تاپسیس):

f, φ دو واحد اندازه گیری متفاوت برای ۱معیار دلخواه هستند.

$$\varphi_{ij} = \alpha f_{ij} + \beta; \qquad \alpha > 0$$

$$d_{ij}(\varphi) = \frac{\varphi_{ij}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{J} \varphi_{ij}^{\,2}}} = \frac{\alpha f_{ij} + \beta}{\sqrt{\sum_{j=1}^{J} (\alpha f_{ij} + \beta)^2}}$$

$$\left(only \quad if \quad \beta = 0 \Rightarrow d_{ij}(\varphi) = d_{ij}(f) \right)$$

برخی مقالات در این زمینه

ارائه دهنده	عنوان
اپریکوویک و تزنگ ، ۲۰۰۲	کاربرد روش ویکور در مهندسی زلزله
اپریکوویک و تزنگ ، ۲۰۰۳	مدل چندمعیاره ویکور فازی در مهندسی زلزله
اپریکوویک و تزنگ ، ۲۰۰۴	مقایسه روش ویکور و تاپسیس
اپریکوویک و تزنگ ، ۲۰۰۶	توسعه روش ویکور
اپریکوویک و تزنگ ، ۲۰۰۷	مقایسه روش ویکور با سایر روشهای رتبه بندی
عطایی، میکاییل ، ۱۳۸۶	انتخاب محل مناسب برای احداث کارخانه آلومینا- سیمان

با تشکر از توجه شما